



МАТЕМАТИКА–  
ПРОСТО КАК  $2 \times 2$ !

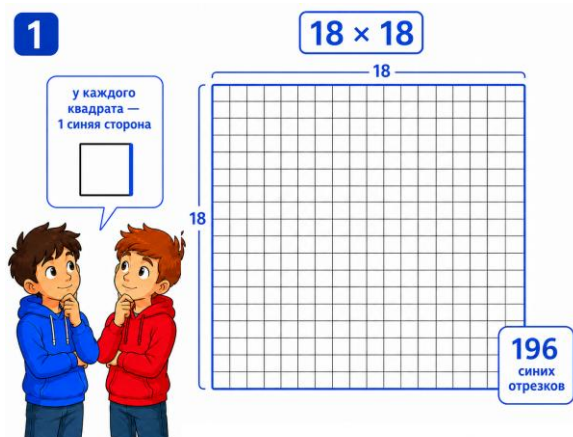
# Нижегородская Творческая Лаборатория $2 \times 2$

## Подготовка к турнирам Лето 5–7 класс

### Занятие 2 Конструктивы

## Задача 1. Синие стороны квадратов

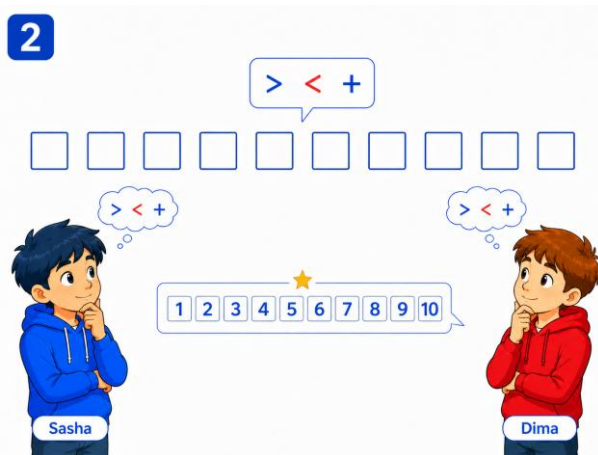
Источник: УТЮМ-59, группа «Старт», третья лига, тур 1, задача 3.



На доске  $18 \times 18$  есть 324 единичных квадрата. Можно ли окрасить в синий цвет ровно 196 отрезков, являющихся сторонами этих квадратов, так, чтобы у каждого единичного квадрата ровно одна сторона оказалась синей?

## Задача 2. Квадратики и знаки

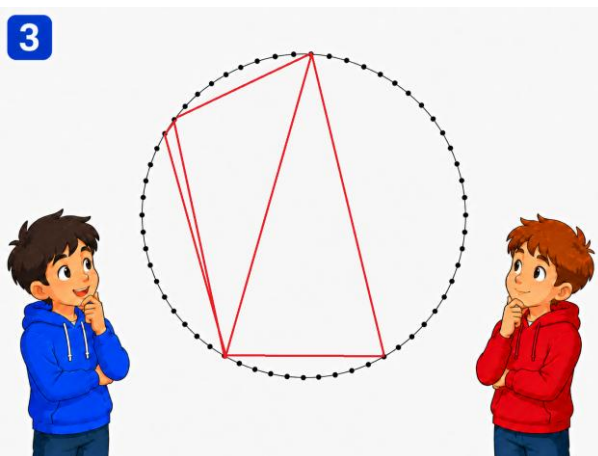
Источник: УТЮМ-66, группа «Старт», третья лига, тур 4, задача 3.



На доске в ряд нарисовано 10 квадратиков. Саша ставит между каждыми двумя соседними квадратами один из знаков «>», «<» или «+» так, что нет двух стоящих плюсов подряд. После этого Дима хочет написать в квадратик натуральные числа от 1 до 10, каждое по разу, так, чтобы все знаки неравенств стали верными. Сможет ли Саша расставить знаки так, чтобы Дима заведомо не справился с задачей?

## Задача 3. Красные диагонали стоугольника

Источник: УТЮМ-65, группа «Старт», высшая лига, тур 2, задача 5.



На окружности отмечено 100 точек. Каждая точка соединена с двумя соседними, так что получился стоугольник. В этом стоугольнике уже проведено 98 синих диагоналей. Петя хочет провести несколько красных диагоналей так, чтобы они не пересекались по внутренним точкам, разбивали стоугольник на треугольники и ни одна красная диагональ не совпадала с синей. Верно ли, что Петя всегда сможет это сделать?

## Задача 4. Шкафчики для 12 классов

Источник: УТЮМ-62, группа «Старт», высшая лига, тур 2, задача 4.

4

12 классов,  
по 1000 учеников

шкафчики  
1...12000

1	2	3	4	5	...	998	999	1000
1001	1002	1003	1004	1005	...	1998	1999	2000
2001	2002	2003	2004	2005	...	2998	2999	3000
...	...	...	...	...	...	...	...	...
9001	9002	9003	9004	9005	...	9998	9999	10000
10001	10002	10003	10004	10005	...	10998	10999	11000
11001	11002	11003	11004	11005	...	11998	11999	12000

Для учеников одного класса разности  
номеров их шкафчиков делится на номер класса.

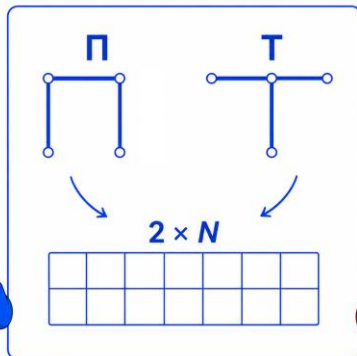


В школе есть по 1000 учеников в каждом классе от первого до двенадцатого. Также в школе есть 12000 шкафчиков, пронумерованных числами от 1 до 12000. Нужно каждому ученику выделить свой шкафчик так, чтобы для каждой пары учеников из одного класса разница номеров их шкафчиков была кратна номеру их класса. Можно ли это сделать?

## Задача 5. Детали П и Т

Источник: УТЮМ-66, младшая группа, третья лига, тур 4, задача 8.

5



У Паши есть конструктор, все детали в котором состоят из трёх палочек длины 1, в форме букв П и Т. Может ли Паша выбрать натуральное число  $N$ , взять поровну фигурок каждого вида и из такого набора деталей составить прямоугольник  $2 \times N$ , полностью разбитый на клеточки со стороной 1? Детали можно поворачивать и соединять в точках, отмеченных кружками. Палочки нельзя накладывать друг на друга.

## Задача 6. Десять чисел от 1 до 1000

Источник: УТЮМ-63, младшая группа, высшая лига, тур 1, задача 4.

Можно ли среди чисел от 1 до 1000 выбрать 10 чисел так, чтобы сумма никаких двух выбранных чисел не делилась на сумму никаких двух других выбранных чисел? Например, числа 1, 2, 4 так выбрать нельзя, потому что  $1+2=3$ ,  $2+4=6$ , а 6 делится на 3.

## Задача 7. Ровно $k$ пар делимости

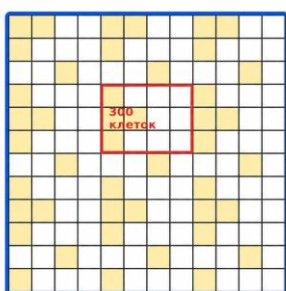
**Источник:** УТЮМ-62, младшая группа, высшая лига, тур 2, задача 6.

Даны натуральные числа  $n$  и  $k$ , причём  $k \leq n(n-1)/2$ . Можно ли выбрать  $n$  различных натуральных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  так, чтобы существовало ровно  $k$  пар  $(i, j)$ , для которых одно из чисел  $a_i, a_j$  делится на другое?

## Задача 8. Отмеченные клетки в квадрате

**Источник:** УТЮМ-61, младшая группа, высшая лига, тур 4, задача 2.

8



Большой квадрат  $10100 \times 10100$



Можно ли отметить некоторые клетки квадрата  $10100 \times 10100$  так, чтобы в любом прямоугольнике из 300 клеток было нечётное число отмеченных?

В любом прямоугольнике из 300 клеток — нечётное число отмеченных клеток?