



# МАТЕМАТИКА– ПРОСТО КАК $2 \times 2$ !

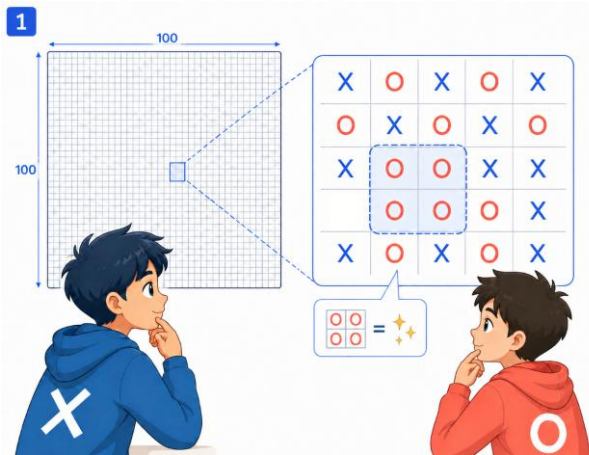
**Нижегородская Творческая Лаборатория  
 $2 \times 2$**

**Подготовка к турнирам  
Лето 5–7 класс**

**Занятие 1  
Математические игры и стратегии**

## Задача 1. Крестики-нолики на доске $100 \times 100$

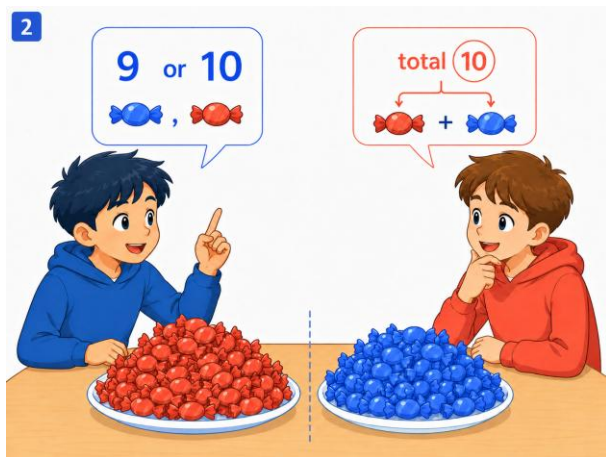
Источник: УТЮМ-66, группа «Старт», вторая лига, тур 3, задача 2.



Андрей и Дима играют в крестики-нолики на доске  $100 \times 100$ , но с необычными правилами: выигрывает тот, после чьего хода на доске впервые образуется квадрат  $2 \times 2$  из его символов. Андрей играет за крестики, Дима — за нолики. Начинает Андрей. Докажите, что никто из игроков не сможет обеспечить себе победу.

## Задача 2. Две кучки по 2025 конфет

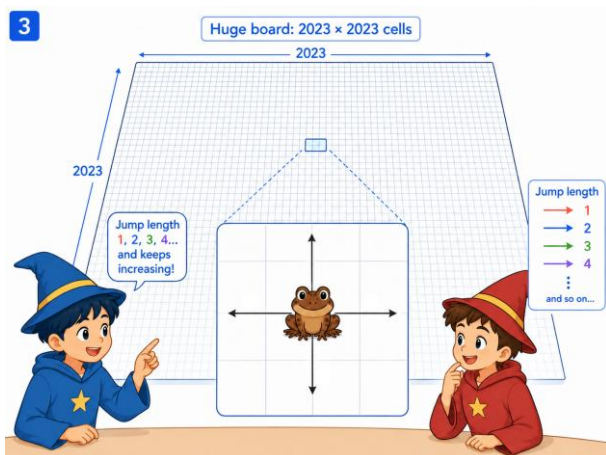
Источник: УТЮМ-65, группа «Старт», первая лига, тур 2, задача 8.



Перед Андреем и Борисом лежат две кучки по 2025 конфет. Они по очереди, начинает Андрей, берут из них конфеты. Андрей может взять 9 или 10 конфет, но только из какой-то одной кучи. Борис может взять 10 конфет в сумме из двух кучек: либо 10 из одной, либо 9 из одной и 1 из другой, и так далее. Проиграет тот, кто не сможет забрать очередную порцию конфет. Кто сможет обеспечить себе победу и как для этого нужно играть?

## Задача 3. Лягушка на доске $2023 \times 2023$

Источник: УТЮМ-60, группа «Старт», высшая лига, тур 3, задача 3.



Волшебники Альбус и Геллерт играют в игру на клетчатом квадрате  $2023 \times 2023$ . В центральной клетке квадрата сидит шоколадная лягушка. В свой ход волшебник выбирает одно из четырёх направлений, параллельных сторонам квадрата, и заколдовывает лягушку прыгнуть на  $d$  клеток в выбранном направлении, где  $d$  изначально равно 1 и увеличивается на 1 после каждого прыжка. За пределы квадрата выпрыгивать нельзя. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Альбус начинает. Кто из волшебников может обеспечить себе победу независимо от действий соперника?

## Задача 4. Лимоны и апельсины на 99 блюдечках

Источник: УТЮМ-63, группа «Старт», высшая лига, тур 1, задача 3.



По кругу расположено 99 блюдечек. Петя и Вася играют в игру. Вася на какие-то три блюдечка кладёт по одному лимону, а на остальные 96 — по одному апельсину. После этого они по очереди берут по одному фрукту с блюдечек, пока фрукты не закончатся. Первым ходом Петя берёт любой фрукт. Потом они берут фрукты только с тех блюдечек, которые стоят рядом с хотя бы одним пустым. Выигрывает тот, кто в итоге получил больше лимонов. У кого из мальчиков есть выигрышная стратегия?

## Задача 5. Игра со 100 монетами

Источник: УТЮМ-65, младшая группа, третья лига, тур 2, задача 4.



На столе лежат 100 монет. Петя и Вася играют в следующую игру. Они по очереди берут со стола 1, 2 или 3 монеты. Но брать 3 монеты каждому из игроков разрешено не более одного раза за игру. Тот, кто возьмёт со стола последнюю монету, побеждает. Начинает Петя. Кто выиграет при правильной игре?

## Задача 6. Игра со звёздочками

Источник: УТЮМ-60, младшая группа, третья лига, тур 1, задача 3.

На доске написано выражение:

$$*^5 + *^5 + *^5 + *^5 + *^5$$

Петя и Вася по очереди заменяют по одной звёздочке на нечётные цифры, начинает Петя. Затем считается значение выражения. Вася хочет добиться того, чтобы оно являлось простым числом, Петя хочет ему помешать. Сможет ли Вася добиться своего независимо от действий Пети?

