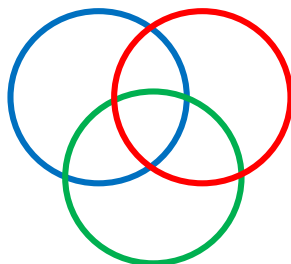


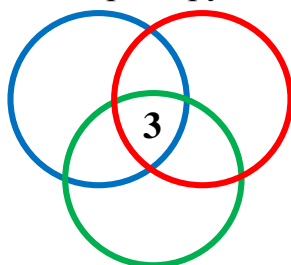
Занятие номер	Класс	Тема
27	5 профи	Множества.

## 1. Решение.

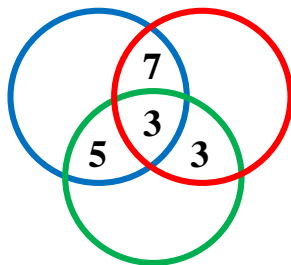
Изобразим множества участников драмкружка, хористов и спортсменов в виде кругов Эйлера. Пусть синий круг – это множество ребят, занимающихся в драмкружке, красный круг – множество ребят, поющих в хоре, зеленый круг – множество ребят, увлекающихся спортом:



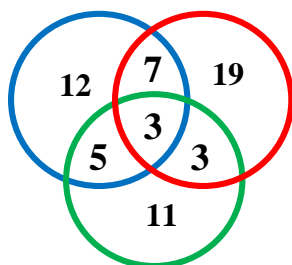
Заполним эту схему числами. 3 спортсмена ходят в драмкружок и в хор, они находятся в области пересечения всех трёх кругов:



В драмкружке 10 ребят из хора, 3 из них еще и спортсмены, значит, только в драмкружке и в хоре участвуют  $10-3=7$  ребят. Аналогично, только в хоре и в спорте участвуют  $6-3=3$  человека, только в драмкружке и в спорте участвуют  $8-3=5$  человек. Внесем эти числа в соответствующие области схемы:



27 занимаются в драмкружке, из них 7 занимаются еще только в хоре, 5 занимаются еще только спортом и 3 занимаются и в хоре, и спортом. Значит, только в драмкружке занимаются  $27-7-5-3=12$  ребят. Аналогично, только в хоре занимаются  $32-7-3-3=19$  ребят, только увлекаются спортом  $22-3-5-3=11$  ребят. Внесем эти числа в соответствующие области схемы:



Сложим все числа на схеме и получим, что хотя бы одно из трех увлечений имеют  $12+19+11+5+7+3+3=60$  детей. Так как всего в лагере 70 человек, то  $70-60=10$  ребят не увлекаются ничем из перечисленного.

**Ответ:** 10 ребят.

## 2. Решение.

Целые положительные числа, меньшие 100, - это натуральные числа от 1 до 99. В ряду натуральных чисел на 5 делится каждое пятое по счету число, на 7 – каждое седьмое, на 3 – каждое третье, на 6 – каждое шестое, на 9 – каждое девятое.

а) Разделим 99 чисел на группы по 5, получим  $99:5=19$  (ост. 4), то есть 19 целых групп, в которых последнее число делится на 5. В последней неполной группе из 4 чисел нет числа, делящегося на 5. Значит, на 5 делится  $[99:5]=19$  чисел (квадратные скобки обозначают целую часть от деления).

б) На 7 делятся  $[99:7]=14$  чисел.

в) На 3 делятся  $[99:3]=33$  числа.

г) На 6 делятся  $[99:6]=16$  чисел.

д) На 9 делятся  $[99:9]=11$  чисел.

**Ответ:** а) 19, б) 14, в) 33, г) 16, д) 11.

## 3. Решение.

Рассматриваем натуральные числа от 1 до 99. Рассуждая аналогично задаче 2, получим, что среди первых 99 натуральных чисел:

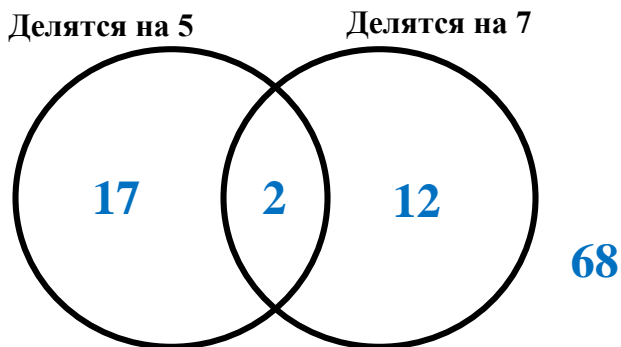
$$[99:5]=19 \text{ чисел делятся на } 5,$$

$$[99:7]=14 \text{ чисел делятся на } 7,$$

$$[99:35]=2 \text{ числа делятся на } 35.$$

Числа 5 и 7 взаимно простые, поэтому натуральное число делится на 35 тогда и только тогда, когда оно делится на 5 и на 7.

Изобразим множество натуральных чисел от 1 до 99 в виде схемы:



Теперь мы можем ответить на все вопросы задачи.

- а) делятся и на 5, и на 7 – всего 2 числа.
- б) делятся на 5, но не на 7 – всего  $19-2=17$  чисел.
- в) делятся на 7, но не на 5 – всего  $14-2=12$  чисел.
- г) делятся на 7 или на 5 – всего  $17+2+12=31$  число.
- д) не делятся ни на 5, ни на 7 – всего  $99-31=68$  чисел.
- е) делятся на 5 или на 7, но не делятся на 35 – всего  $17+12=29$  чисел.

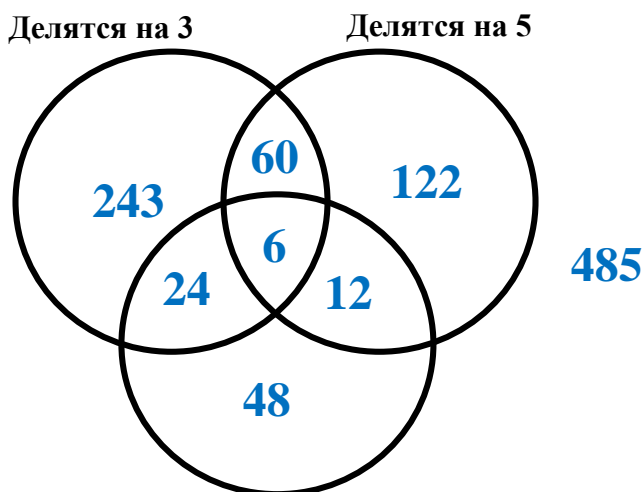
**Ответ:** а) 2, б) 17, в) 12, г) 31, д) 68, е) 29.

#### 4. Решение.

Рассматриваем натуральные числа от 1 до 1000. Рассуждая аналогично задачам 2 и 5, получим, что среди первых 1000 натуральных чисел:

- $[1000:3]=333$  числа делятся на 3,
- $[1000:5]=200$  чисел делятся на 5,
- $[1000:11]=90$  чисел делятся на 11,
- $[1000:15]=66$  чисел делятся на  $15=3*5$ ,
- $[1000:33]=30$  чисел делятся на  $33=3*11$ ,
- $[1000:55]=18$  чисел делятся на  $55=5*11$ ,
- $[1000:165]=6$  чисел делятся на  $165=3*5*11$ .

Теперь можем изобразить множество натуральных чисел от 1 до 1000 в виде схемы:



Теперь мы можем ответить на вопрос задачи. Чисел, которые делятся на 11, но не делятся ни на 3, ни на 5, всего 48.

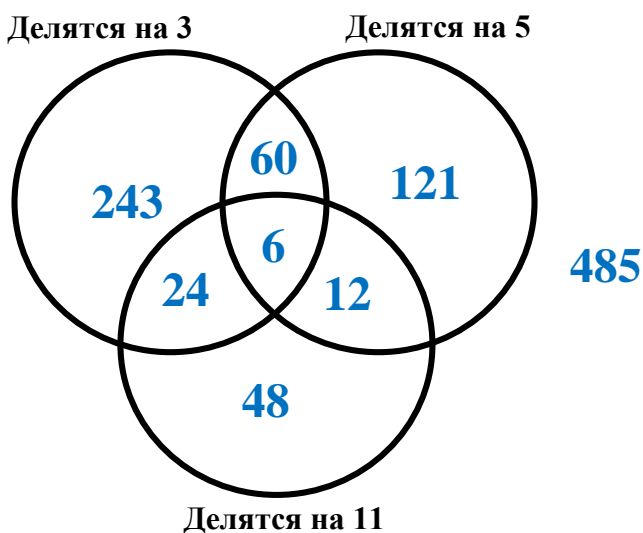
**Ответ:** 48.

### 5. Решение.

Рассматриваем натуральные числа от 1 до 999. Среди первых 999 натуральных чисел:

- $[999:3]=333$  числа делятся на 3,
- $[999:5]=199$  чисел делятся на 5,
- $[999:11]=90$  чисел делятся на 11,
- $[999:15]=66$  чисел делятся на  $15=3*5$ ,
- $[999:33]=30$  чисел делятся на  $33=3*11$ ,
- $[999:55]=18$  чисел делятся на  $55=5*11$ ,
- $[999:165]=6$  чисел делятся на  $165=3*5*11$ .

Теперь можем изобразить множество натуральных чисел от 1 до 999 в виде схемы:



Теперь мы можем ответить на вопрос задачи. Чисел, которые не делятся ни на 3, ни на 5, ни на 11, всего 485.

**Ответ:** 485.

### 6. Доказательство.

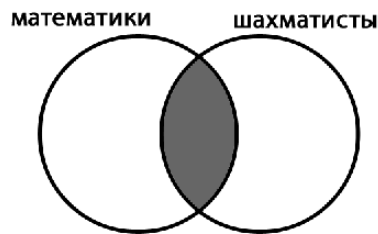
Так как среди любителей футбола 15 умеют танцевать, то девочек, любящих футбол и умеющих танцевать, – не более 15. Из девочек  $100-90=10$  человек не умеют танцевать. Значит, девочек, любящих футбол, но не умеющих танцевать, не более 10.

Таким образом, девочек, любящих футбол, не более  $15+10=25$ , а это ровно половина от всех любителей футбола. Значит, среди любителей футбола не более половины девочек.

Доказано.

## 7. Решение.

Нарисуем схему множеств математиков и шахматистов. В закрашенной области – все шахматисты-математики:



а) Выберем в закрашенной области старейшего человека. Это будет и старейший математик среди шахматистов, и старейший шахматист среди математиков. Так что это один и тот же человек.

б) Выберем в закрашенной области лучшего математика (он будет лучшим математиком среди шахматистов) и лучшего шахматиста (он будет лучшим шахматистом среди математиков). Это могут быть два разных человека.

в) Если каждый десятый математик – шахматист, то всего математиков в 10 раз больше, чем математиков-шахматистов (то есть в 10 раз больше количества людей в закрашенной области). Если каждый шестой шахматист – математик, то всего шахматистов в 6 раз больше, чем математиков-шахматистов (то есть в 6 раз больше количества людей в закрашенной области). Понятно, что математиков в  $10:6=1\frac{2}{3}$  раза больше, чем шахматистов.

**Ответ:** а) один, б) могут быть разными, в) математиков больше в  $1\frac{2}{3}$  раза.

## 8. Решение.

*1 способ.*

Перейдём к дополнительным событиям: свет был включен 20% времени, музыка молчала 10%, а дождь не шёл 50% времени, так что дополнительные события не могли занять более  $20+10+50=80\%$  времени. Следовательно, музыка под дождём в темноте звучала не меньше  $100-80=20\%$  времени.

*2 способ.*

Музыка при выключенном свете могла играть не менее  $90+80-100=70\%$  времени. Одновременно с этим еще и мог идти дождь не менее  $70+50-100=20\%$  времени. Таким образом, все три условия одновременно наблюдались не менее 20% времени.

**Ответ:** 20%.

### **9. Решение.**

Сложим все принесенные ведерки, совки и машинки:  $240+600+420=1260$ . При этом мы тех детей, кто принес только 1 игрушку, считаем по 1 разу, а тех, кто принес набор из 3 игрушек, – по 3 раза (то есть 2 лишних раза). Таким образом,  $1260-1160=100$  человек – это *дважды* лишний раз посчитанные те, кто принес набор из 3 игрушек. Значит, таких детей было  $100:2=50$ .

Если машинок было принесено 420, из них 50 принесли те дети, кто принес набор из 3 игрушек, то только машинку принесли  $420-50=370$  человек.

**Ответ:** 370 человек.