

Занятие номер	Класс	Тема
27	4 профи	Остатки.

1. Решение.

$2022=7*288+6$, то есть 2022 дня – это 288 полных недель и еще 6 дней.

Если сегодня суббота (занятие проходило в субботу), то через 288 недель будет снова суббота, а еще через 6 дней – пятница.

Ответ: пятница.

2. Решение.

$30*3=90$ – столько всего четвероклассников нужно отвезти в лагерь.

$90=20*4+10$. Значит, все четвероклассники в 4 автобуса не поместятся, поэтому нужно не менее 5 автобусов. В 5 автобусов детей можно рассадить так: в 4 автобуса по 20 и в 1 автобус 10 или во все 5 автобусов по 18 человек.

Ответ: 5.

3. Решение.

$30*5=150$ – столько всего шариков есть у кондитера.

$150=17*8+14$. Значит, у него хватит шариков не более чем на 8 тортов.

Ответ: 8.

4. Решение.

1 способ.

Рассмотрим наибольшее двузначное число – 99. При делении на 11 оно дает частное 9 и остаток 0: $99 = 11 \cdot 9 + 0 = 11 \cdot 8 + 11$.

Значит, ближайшее к 99 двузначное число, меньшее него, дающее остаток 2, равно $11 \cdot 8 + 2 = 90$.

2 способ.

Формула искомого числа: $11 \cdot n + 2$, где n – целое неотрицательное число.

Это число не превосходит 99, получаем неравенство:

$$11 \cdot n + 2 \leq 99.$$

Вычтем из обеих частей неравенства 2, получим: $11 \cdot n \leq 97$.

Так как n – целое число, то наибольшее n , удовлетворяющее неравенству, равно 8.

Тогда искомое число равно $11 \cdot 8 + 2 = 90$.

Ответ: 90.

5. Решение.

1 способ.

Рассмотрим наименьшее трехзначное число – 100. При делении на 13 оно дает частное 7 и остаток 9: $100 = 13 \cdot 7 + 9$.

Значит, ближайшее к 100 трехзначное число, большее него, дающее остаток 7, равно $13 \cdot 8 + 7 = 111$.

2 способ.

Формула искомого числа: $13 \cdot n + 7$, где n – целое неотрицательное число.

Это число не меньше 100, получаем неравенство:

$$13 \cdot n + 7 \geq 100.$$

Вычтем из обеих частей неравенства 7, получим: $13 \cdot n \geq 93$.

Так как n – целое число, то наименьшее n , удовлетворяющее неравенству, равно 8.

Тогда искомое число равно $13 \cdot 8 + 7 = 111$.

Ответ: 111.

6. Решение.

По условию задачи $100 = n \cdot a + 4$, $90 = n \cdot b + 18$.

Отсюда получаем: $n \cdot a = 96$, $n \cdot b = 72$.

Вычтем одно равенство из другого, получим: $n \cdot (a - b) = 24$.

Так как в одном случае получили остаток 18, то $n > 18$. Так как n , a , b – целые числа, и $n > 18$, то равенство $n \cdot (a - b) = 24$ выполняется только в случае, когда $n = 24$ и $a - b = 1$.

Действительно, $100 = 24 \cdot 4 + 4$, $90 = 24 \cdot 3 + 18$.

Ответ: на 24.

7. Решение.

$4 \cdot 7 = 28$ – столько квартир в каждом подъезде этого дома.

$235 = 28 \cdot 8 + 11$. Значит, у Ани – 11-я по счету квартира в 9-м подъезде.

$11 = 4 \cdot 2 + 3$. Значит, у Ани 3-я по счету квартира на 3-м этаже в ее подъезде.

Ответ: 9 подъезд, 3 этаж.

8. Решение.

$2 \cdot 12 = 24$ – столько всего квартир в 1-м подъезде.

$3 \cdot 12 = 36$ – столько всего квартир во 2-м подъезде.

$4 \cdot 12 = 48$ – столько всего квартир в каждом из остальных подъездов.

$24 + 36 + 48 \cdot 4 = 252$ – столько всего квартир в первых шести подъездах.

$4 \cdot 4 + 2 = 18$ – такая по счету указанная квартира в 7-м подъезде.

$252 + 18 = 270$ – номер указанной квартиры.

Ответ: 270.

9. Решение.

Так как дом четырехэтажный, а квартира 13 находится в 1-м подъезде, то в этом доме на каждом этаже не менее 4 квартир (иначе в одном подъезде не более $3 \cdot 4 = 12$ квартир, и квартира 13 в нем быть не может).

Так как квартира 41 находится в третьем подъезде, то в каждом подъезде не более 20 (иначе квартира 41 находится во 2-м или 1-м подъезде) и не менее 14 квартир (иначе квартира 41 находится в 4-м подъезде или дальше). Это возможно, когда на каждом этаже в этом доме 4 или 5 квартир.

Если на каждом этаже 4 квартиры, а в каждом подъезде $4 \cdot 4 = 16$ квартир, то Кира живет на 4-м этаже ($13 = 4 \cdot 3 + 1$), а Зоя живет на 3-м этаже ($41 - 2 \cdot 16 = 9$, $9 = 4 \cdot 2 + 1$).

Если на каждом этаже 5 квартир, а в каждом подъезде $5 \cdot 4 = 20$ квартир, то Кира живет на 3-м этаже ($13 = 5 \cdot 2 + 3$), а Зоя живет на 1-м этаже ($41 - 2 \cdot 20 = 1$, $1 = 5 \cdot 0 + 1$).

В обоих случаях Кира живет выше Зои.

Ответ: Кира выше.

10. Решение.

Пронумеруем девочек так: Саша – 0, Женя – 1, Алла – 2. При такой нумерации номер каждой девочки – это остаток от деления на 3 номера паса, после которого мяч оказался у этой девочки.

$100 = 3 \cdot 33 + 1$, значит, после 100-го паса мяч оказался у девочки номер 1, то есть у Жени.

Чтобы добавить Иру, перенумеруем девочек остатками от деления на 4: Женя – 0, остальные девочки – 1, 2, 3. Начнем отсчет заново.

а) $99 = 4 \cdot 24 + 3$, значит, после 99-го паса (или 199-го, если считать предыдущие 100 пасов) мяч окажется у девочки с номером 3. Значит, Иру нужно поставить в круг так, чтобы при новой нумерации у нее был номер 3, то есть после Саши (Женя – 0, Алла – 1, Саша – 2, Ира – 3).

б) $100 = 4 \cdot 25 + 0$, значит, после 100-го паса (или 200-го, если считать предыдущие 100 пасов) мяч окажется у девочки с номером 0, то есть у Жени. Ире мы можем дать только номер 1, 2 или 3. Значит, поставить ее в круг так, чтобы после 200-го паса мяч оказался у нее, невозможно.

Ответ: а) после Саши, б) нигде, это невозможно.

11. Решение.

Пусть сначала на Поле Чудес росло n деревьев, а новое дерево Буратино посадил за k ночей до 1 марта.

Рассмотрим два случая:

1) Это было в невисокосный год, то есть в феврале 28 дней.

Тогда 1 марта на деревьях оказалось $1000 + 28n + k = 2400$ монет (причем $0 < k < 28$).

Отсюда получаем, что $28n + k = 1400 = 50 \cdot 28$. Но это равенство выполняется только для k , кратного 28. Значит, если в феврале 28 дней, то задача решения не имеет.

2) Это было в високосный год, то есть в феврале 29 дней.

Тогда 1 марта на деревьях оказалось $1000 + 29n + k = 2400$ монет (причем $0 < k < 29$).

Отсюда получаем, что $29n + k = 1400 = 48 \cdot 29 + 8$. Это равенство выполняется при $k = 8$. Значит, Буратино посадил новое дерево за 8 ночей до 1 марта, то есть 22 февраля.

Ответ: 22 февраля.

Домашнее задание 27.

Решение.

$16+16+7+8=47$ – столько всего ленточек есть у Светы.

$47=3*15+2$. Значит, Света может сплести не более 15 браслетов.

15 браслетов у Светы получится, например, так: 7 браслетов из синей, желтой и красной ленточек и 8 браслетов из синей, желтой и зеленой ленточек.

Ответ: 15.