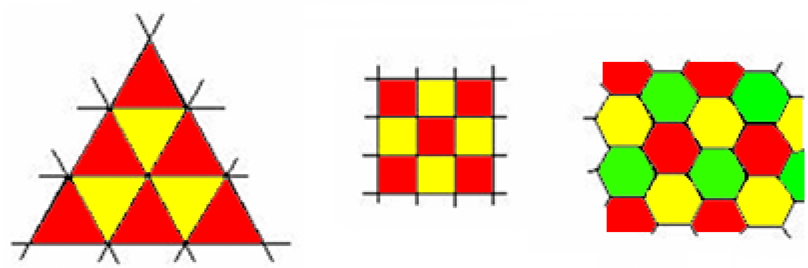
Занятие номер	Класс	Тема
21	6 база	Оценка+пример

1. Решение.

Оценка:

На всех рисунках каждая клетка имеет соседей по стороне. На первом и втором рисунке клетки расположены таким образом, что для каждой клетки соседи по стороне не являются соседями между собой. Поэтому потребуется, как минимум, два цвета. На третьем рисунке каждая клетка имеет пары соседей, которые являются соседями между собой. Поэтому двух цветов недостаточно, потребуется, как минимум, три цвета.

Пример:



Ответ: 2 цвета, 2 цвета, 3 цвета.

2. Решение.

Оценка:

Каждая ладья бьет по горизонтали и по вертикали. На шахматной доске 8 горизонталей и 8 вертикалей. Если ладей не больше 7, то найдется непобитая горизонталь и непобитая вертикаль, а на их пересечении – непобитая клетка. Значит, чтобы ладьи били все клетки доски, нужно не менее 8 ладей.

Пример:

8 ладей стоят на главной диагонали доски.

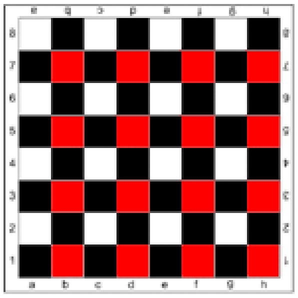
Ответ: 8 ладей.

3. Решение.

Оценка:

Разделим всю доску вертикальными и горизонтальными линиями на квадраты 2х2, которые не пересекаются друг с другом. Получим 16 квадратов. В каждом из них должна быть отмечена хотя бы 1 клетка. Значим, как минимум, нужно отметить 16 клеток.

Пример:



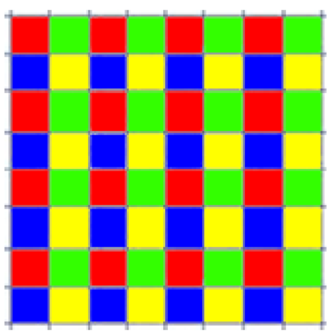
Ответ: 16 клеток.

4. Решение.

Оценка:

На доске есть такие вершины клеток, которые являются общими для 4 клеток. Значит, требуется не меньше 4 цветов, чтобы раскрасить доску указанным образом.

Пример:



Ответ: в 4 цвета.

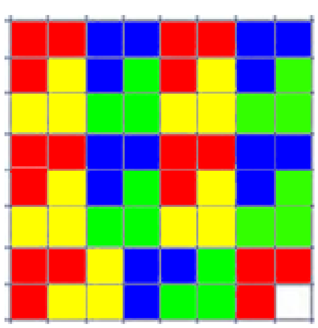
5. Решение.

Оценка:

Доска 8х8 содержит 64 клетки, трёхклеточный уголок – 3 клетки.

64:3=21 (ост. 1). Значит, из доски 8х8 можно вырезать не более 21 уголка.

Пример:



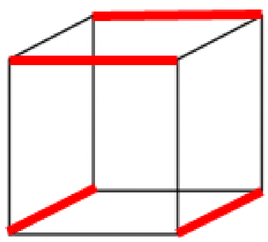
Ответ: 21 уголок.

6. Решение.

Оценка:

У куба 8 вершин. Каждое ребро является общим для двух вершин. 8 вершин – это 4 пары вершин. Значит, красных рёбер может быть не более 4.

Пример:



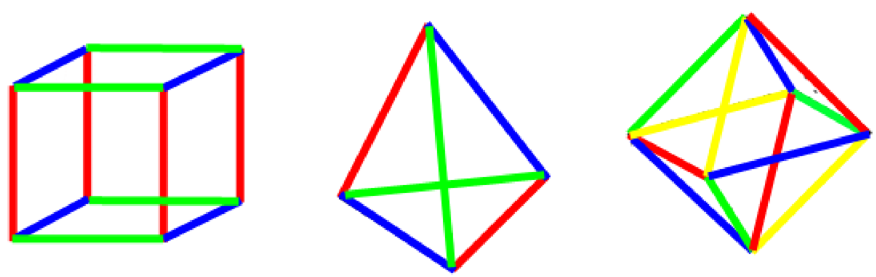
Ответ: 4 ребра.

7. Решение.

Оценка:

На первом и втором рисунках каждая вершина является общей для 3 ребер. Значит, для них потребуется не менее 3 красок. На третьем рисунке каждая вершина является общей для 4 ребер. Значит, потребуется не менее 4 красок.

Пример:



Ответ: 3 краски, 3 краски, 4 краски.

8. Решение.

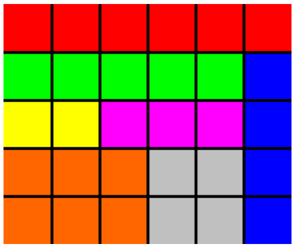
Оценка.

Разные прямоугольники — разные по форме или по площади. Прямоугольников площадью в одну клеточку может быть не более одного, площадью в две и в три клеточки — тоже. А вот в 4 клеточки уже может быть два варианта: прямоугольник 1×4 и квадрат 2×2. Таким образом, минимальные площади прямоугольников: 1, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 9, ...

Площадь прямоугольника 5×6 равна 30, значит, его можно разрезать не более чем на 7 различных прямоугольников (так как суммарная площадь восьми самых маленьких прямоугольников равна 1+2+3+4+4+5+6+6=31>30).

Пример.

На рисунке показано, как разрезать прямоугольник 5×6 на 7 разных прямоугольников:



Ответ: на 7 прямоугольников.

9. Решение.

а) Чтобы число делилось на 10, оно должно оканчиваться на 0. Если число будет двузначным с нулём на конце, то его сумма цифр будет не больше 9. Значит, число должно быть, по крайней мере, трёхзначным. Наименьшим из трёхзначных чисел с указанными свойствами будет то, у которого в разряде сотен стоит единица. Чтобы сумма цифр этого числа была равна 10, в разряде десятков у него должна стоять девятка. Значит, это число 190.

б) Чтобы число делилось на 5, оно должно оканчиваться нулём или пятёркой. Если число не более чем трёхзначное и оканчивается нулём или пятёркой, то сумма его цифр не больше 5+9+9 = 23. Значит, число должно быть, по крайней мере, четырёхзначным. Среди четырёхзначных чисел с указанными свойствами наименьшим будет то, у которого в разряде тысяч стоит наименьшая цифра. Если там стоит единица, то сумма цифр числа не превосходит 1+9+9+5 = 24. Значит, там должна стоять хотя бы двойка. В последнем случае сумма цифр 25 достижима, только если это число 2995. Остальные числа с указанными свойствами будут больше найденного.

Ответ: а) 190, б) 2995.

10.**Решение.**

Оценка:

Если из мешка вынуть 10 монет, то среди них обязательно окажется хотя бы один дублон. Это значит, что не дублонов (то есть дукатов и пиастров) в мешке не более 9.

Если вынуть 9 монет, то среди них обязательно окажется хотя бы один дукат. Это значит, что не дукатов (то есть дублонов и пиастров) в мешке не более 8.

Если же вынуть 8 монет, то среди них обязательно окажется хотя бы один пиастр. Это значит, что не пиастров (то есть дублонов и дукатов) в мешке не более 7.

Суммируя эти оценки, получим, что удвоенное количество дукатов, дублонов и пиастров – не более 9+8+7=24. Значит, монет в мешке не более 12.

Пример:

Решим уравнения:

Дукаты+Пиастры=9,

Дублоны+Пиастры=8,

Дублоны+Дукаты=7.

Получим, что дублонов в мешке 3, дукатов 4, пиастров 5. Всего 12 монет.

Ответ: 12 монет.

11. **Решение.**

Всего нужно подковать 10*4=40 копыт. Если 1 кузнец тратит на 1 подкову 5 минут, то 8 кузнецов за 5 минут подкуют 8 копыт, а 40 копыт (то есть в 5 раз больше) подкуют за 5*5=25 минут. Это если все кузнецы заняты.

Но так как каждый 5 минут можно подковывать только 1 лошадь, то нужно составить расписание так, чтобы никакой кузней и никакая лошадь не простаивали без дела. Пример такого расписания:

	Кузнец1	**Кузнец2**	**Кузнец3**	**Кузнец4**	**Кузнец5**	**Кузнец6**	**Кузнец7**	**Кузнец8**
0-5 мин	Лошадь1	Лошадь2	Лошадь3	Лошадь4	Лошадь5	Лошадь6	Лошадь7	Лошадь8
6-10 мин	Лошадь9	Лошадь10	Лошадь1	Лошадь2	Лошадь3	Лошадь4	Лошадь5	Лошадь6
11-15 мин	Лошадь7	Лошадь8	Лошадь9	Лошадь10	Лошадь1	Лошадь2	Лошадь3	Лошадь4
16-20 мин	Лошадь5	Лошадь6	Лошадь7	Лошадь8	Лошадь9	Лошадь10	Лошадь1	Лошадь2
21-25 мин	Лошадь3	Лошадь4	Лошадь5	Лошадь6	Лошадь7	Лошадь8	Лошадь9	Лошадь10

Как видим, на каждом промежутке все кузнецы заняты, у каждой лошади подковывается не более 1 копыта, и у всех лошадей в результате подкованы 4 копыта.

Ответ: 25 минут.

Домашнее задание 21.

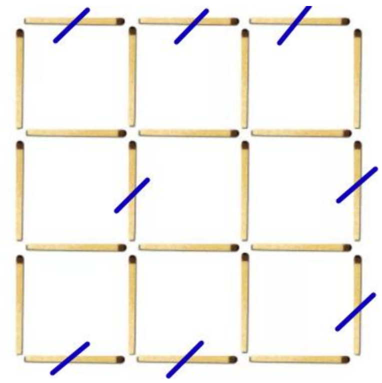
Решение.

а) *Оценка:*

Квадрат 3х3 состоит из 9 квадратиков 1х1. У 8 квадратиков есть хотя бы 1 спичка, не являющаяся общей с другими квадратиками. У центрального квадратика каждая спичка является общей для двух квадратиков. Значит, убрав спичку из центрального квадратика, мы уберем ее и из одного из соседних с ним квадратиков.

Таким образом, наибольшее количество спичек, которые можно убрать так, чтобы из каждого квадратика 1х1 было убрано ровно по 1 спичке, равно 8 (иначе, если бы можно было убрать не менее 9 спичек, то и квадратиков, у которых есть спичка, не являющаяся общей с другими квадратиками, было бы не менее 9, а их всего 8).

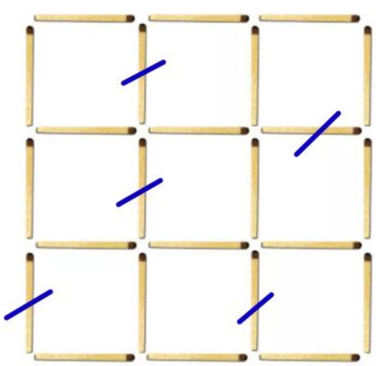
Пример:



б) *Оценка:*

Каждая спичка является общей не более чем для 2 квадратиков 1х1. Убрать 4 или меньше спичек недостаточно, так как тогда по одной спичке будет убрано не более чем в 2*4=8 квадратиках, а нужно убрать по одной спичке в каждом из 9 квадратиков. Значит, нужно убрать не менее 5 спичек.

Пример:



Ответ: а) 8, б) 5.