Занятие номер	Класс	Тема
20	5 база	Комбинаторика. Часть 1.

1. Решение.

Выбрать марку для обмена можно 15 способами. Для каждой из этих марок выбрать открытку можно 11 способами. Таким образом, всего есть 15*11=165 способов обменять одну марку на одну открытку.

Ответ: 165.

2. Решение.

Первое дело в распорядке дня Мила может выбрать 4 способами, после этого второе дело – 3 способами, после этого третье дело – 2 способами, после этого четвертое дело определяется однозначно. Таким образом, всего есть 4*3*2*1=4!=24 способа составить распорядок дел на субботу.

Ответ: 24.

3. Решение.

В зал гирлянду можно выбрать 4 способами, после этого в комнату родителей – 3 способами, после этого в Сашину комнату – 2 способами, после этого для кухни остается только одна гирлянда. Таким образом, всего есть 4*3*2*1=4!=24 способа украсить квартиру гирляндами.

Ответ: 24.

4. Решение.

Первым Зоя может надеть один из пяти браслетов, то есть первый браслет можно выбрать 5 способами. После этого второй браслет можно выбрать 4 способами, после этого третий браслет – 3 способами, четвертый браслет – 2 способами, пятый браслет определяется однозначно. Таким образом, надеть все 5 браслетов на руку можно 5*4*3*2*1=5!=120 способами.

Ответ: 120.

5. Решение.

Наряд состоит из юбки, рубашки и заколки.

Юбку Марина может выбрать 3 способами. Для каждой юбки рубашку она может выбрать 4 способами. Для каждой пары юбки и рубашки заколку она может выбрать 2 способами. Таким образом, выбрать наряд Марина может 3*4*2=24 способами.

Ответ: 24.

6. Решение.

Выбрать ручку для набора можно 100 способами (одного из 100 видов), тетрадь в клетку – 250 способами, тетрадь в линейку – 450 способами, ластик – 300 способами.

Набор из ручки, тетради в клетку и ластика можно выбрать 100*250*300=7500000 способами.

Набор из ручки, тетради в линейку и ластика можно выбрать 100*450*300=13500000 способами.

Набор из ручки, ластика и какой-нибудь тетради можно выбрать 7500000+13500000=21000000 способами.

Ответ: 7500000, 13500000, 21000000.

7. Решение.

Бизнес-ланч из супа и горячего блюда можно составить 5*6=30 способами.

Бизнес-ланч из салата и горячего блюда можно составить 7*6=42 способами.

Бизнес-ланч из супа, салата и горячего блюда можно составить 5*7*6=210 способами.

Всего в этом ресторане можно выбрать 30+42+210=282 вида бизнес-ланчей.

Ответ: 282.

8. Решение.

а) С полянки A на полянку B можно добраться 1 способом, с B на C – 3-мя способами, с C на D – 2-мя способами, с D на E – 5-ю способами, с E на F – 4-мя способами. Всего есть 1*3*2*5*4=120 способов попасть с полянки A на полянку F.

б) Жители хотят увеличить количество способов на 12.

Можно перебрать все возможные варианты пар полянок, между которыми можно протоптать тропинку, и посчитать, на сколько увеличится количество способов добраться с полянки A на полянку F. Например, если протоптать прямую тропинку с A на F, то количество способов увеличится на 1, если с A на E, то количество способов увеличится на 4 (количество путей с E на F), и так далее.

А можно заметить, что количество способов добраться с одной полянки на другую – это произведение количества путей между соседними полянками, через которые проходит маршрут. На схеме эти количества путей равны 1, 3, 2, 5 и 4. Число 12 можно представить в виде произведения некоторых из этих чисел только одним способом: 12=3*4. Значит, если проложить тропинку между полянками C и E, то количество путей с A на F увеличится на 1*3*1*4=12, что и требуется.

Ответ: а) 120 способов, б) между полянками C и E.

9. Решение.

Построим все такие числа.

Нечетных цифр всего 5: 1, 3, 5, 7 и 9.

Значит, на первое место в числе мы можем выбрать цифру 5-ю способами, после этого на второе место – 5-ю способами и на третье место – 5-ю способами. Всего есть 5*5*5=125 способов составить трехзначное число только из нечетных цифр.

Ответ: 125.

10.Решение.

Число является нечетным, если оно оканчивается нечетной цифрой.

Первая цифра в числе может быть любой, кроме 0. Вторая цифра – любой. Третья цифра должна быть нечетной.

Значит, на первое место в числе мы можем выбрать цифру 9-ю способами, после этого на второе место – 10-ю способами и на третье место – 5-ю способами. Всего есть 9*10*5=450 способов составить нечетное трехзначное число.

Ответ: 125.

11.Решение.

На первое место в числе мы можем выбрать цифру 9-ю способами (любую, кроме 0), после этого на второе место – 9-ю способами (любую цифру, кроме той, что стоит на первом месте), на третье место – 9-ю способами (любую цифру, кроме той, что стоит на втором месте) и на третье место – 9-ю способами (любую цифру, кроме той, что стоит на третьем месте). Всего есть 9*9*9*9=6561 способов составить четырехзначное число, в котором все соседние цифры попарно различны.

Ответ: 6561.

12.Решение.

Построим все такие числа.

Всего цифр 10, четных цифр 5, нечетных цифр 5. Четное число заканчивается четной цифрой, никакое трехзначное число не начинается с 0.

Посчитаем количество трехзначных чисел четырех видов: ннч, нчч, чнч, ччч (где н – нечетная цифра, ч – четная цифра). Считать будем только числа, удовлетворяющие условию задачи, то есть состоящие из различных цифр.

ннч: на первое место мы можем выбрать цифру 5 способами (любую нечетную), на второе – 4 способами (любую из оставшихся нечетных), на третье – 5 способами (любую четную). Получим 5*4*5=100 различных чисел вида ннч.

нчч: на первое место мы можем выбрать цифру 5 способами (любую нечетную), на второе – 5 способами (любую четную), на третье – 4 способами (любую из оставшихся четных). Получим 5*5*4=100 различных чисел вида нчч.

чнч: на первое место мы можем выбрать цифру 4 способами (любую четную, кроме 0), на второе – 5 способами (любую нечетную), на третье – 4 способами (любую из оставшихся четных). Получим 4*5*4=80 различных чисел вида чнч.

ччч: на первое место мы можем выбрать цифру 4 способами (любую четную, кроме 0), на второе – 4 способами (любую из оставшихся четных), на третье – 3 способами (любую из оставшихся четных). Получим 4*4*3=48 различных чисел вида ччч.

Таким образом, всего есть 100+100+80+48=328 четных трехзначных чисел, состоящих из различных цифр.

Ответ: 328.

13.Решение.

Построим все такие числа.

Всего цифр 10, четных цифр 5, нечетных цифр 5. Никакое пятизначное число не начинается с 0.

Если число начинается с нечетной цифры, то первую цифру мы можем выбрать 5 способами (любую нечетную), вторую – 5 способами (любую четную), третью – 5 способами (любую нечетную), четвертую – 5 способами (любую четную), пятую – 5 способами (любую нечетную). Таким образом, мы можем построить 5*5*5*5*5=3125 таких чисел.

Если число начинается с четной цифры, то первую цифру мы можем выбрать 4 способами (любую четную, кроме 0), вторую – 5 способами (любую нечетную), третью – 5 способами (любую четную), четвертую – 5 способами (любую нечетную), пятую – 5 способами (любую четную). Таким образом, мы можем построить 4*5*5*5*5=2500 таких чисел.

Значит, всего есть 3125+2500=5625 различных 5-значных чисел, в которых четные и нечетные цифры чередуются.

Ответ: 5625.

14.Решение.

Построим все такие числа.

Всего цифр 10, четных цифр 5, нечетных цифр 5. Никакое пятизначное число не начинается с 0.

Если число начинается с нечетной цифры, то первую цифру мы можем выбрать 5 способами (любую нечетную), вторую – 5 способами (любую четную), третью – 4 способами (любую из оставшихся нечетных), четвертую – 4 способами (любую из оставшихся четных), пятую – 3 способами (любую из оставшихся нечетных). Таким образом, мы можем построить 5*5*4*4*3=1200 таких чисел.

Если число начинается с четной цифры, то первую цифру мы можем выбрать 4 способами (любую четную, кроме 0), вторую – 5 способами (любую нечетную), третью – 4 способами (любую из оставшихся четных), четвертую – 4 способами (любую из оставшихся нечетных), пятую – 3 способами (любую из оставшихся четных). Таким образом, мы можем построить 4*5*4*4*3=960 таких чисел.

Значит, всего есть 1200+960=2160 различных 5-значных чисел, в которых четные и нечетные цифры чередуются и все цифры различны.

Ответ: 2160.

Домашнее задание 20.

1. **Решение.**

Место для желтого и зелёного кубика можно выбрать 3 способами: 1-й и 2-й этаж башни, 2-й и 3-й или 3-й и 4-й. После этого остается два места для синего и красного кубиков, куда эти кубики можно поставить 2 способами.

Таким образом, всего есть 3*2=6 способов построить башню так, чтобы желтый кубик стоял на зеленом.

Ответ: 6.

2. **Решение.**

Теперь место для желтого и зелёного кубика можно выбрать 6 способами: 1-й и 2-й этаж башни, 1-й и 3-й, 1-й и 4-й, 2-й и 3-й, 2-й и 4-й или 3-й и 4-й. После этого остается два места для синего и красного кубиков, куда эти кубики можно поставить 2 способами.

Таким образом, всего есть 6*2=12 способов построить башню так, чтобы желтый кубик стоял выше зеленого.

Ответ: 12.