Занятие номер	Класс	Тема
20	5 профи	Комбинаторика. Найди одинаковые.

Задачи 1, 3, 6, 9 – одинаковые, на нахождение количества способов расставить в ряд 12 различных предметов.

Задачи 2, 7, 8, 12 – одинаковые, на нахождение количества способов выбрать 2 предмета из 12 различных.

Задачи 4, 5, 10, 11 – одинаковые, на нахождение количества всех возможных комбинаций из 12 различных предметов, каждая из которых может содержать от 0 до 12 предметов.

1. **Решение.**

На первое место в ряду можно выбрать школьника 12 способами, на второе – любого из 11 оставшихся, то есть 11 способами, на третье – 10 способами, и так далее. Всего есть 12*11*10*…*1=12! способов расставить 12 школьников в ряд.

Ответ: 12!

2. **Решение.**

Каждая сторона и диагональ многоугольника – это отрезок, соединяющий две вершины. Соответственно, количество таких отрезков равно количеству всевозможных пар вершин. Выбрать 2 вершины из 12 можно 12*11:2=66 способами.

Ответ: 12*11:2=66.

3. **Решение.**

Эта задача аналогична задаче 1. Дошкольники соответствуют местам в ряду, а машинки – людям, которых расставляют в ряд. Для первого дошкольника машинку можно выбрать 12 способами, после этого для второго дошкольника – 11 способами, и так далее. Всего есть 12*11*10*…*1=12! способов раздать машинки дошкольникам.

Ответ: 12!

4. **Решение.**

Рассмотрим сначала одну девочку. Конфету каждого вида ей можно дать в количестве 1 или 0 (больше нельзя, иначе у девочки будут две конфеты одного вида). Значит, количество способов угостить одну девочку равно количеству последовательностей, составленных из четырех нулей и единиц, то есть 2^4.

Так как девочек три, и для каждой есть 2^4 способов угощения, то для трех девочек есть $2^4*2^4*2^4=2^{(4+4+4)}=2^{4*3}=2^{12}$ способов угощения.

Заметим, что если мы составим таблицу из 3 строк (девочки) и 4 столбцов (виды конфет), то количество способов угощения девочек равно количеству способов расставить нули и единицы в 3*4=12 клеток таблицы.

Ответ: 2^{12}.

5. Решение.

Эта задача аналогична задаче 4. Клетки доски соответствуют клеткам таблицы «девочки – виды конфет», а два цвета – нулю и единице. Соответственно, каждую из 12 клеток доски можно закрасить одним из двух цветов (0 или 1), и всего есть 2^{12} вариантов раскрашивания доски.

Ответ: 2^{12}.

6. Решение.

Эта задача аналогична задаче 1. 12 клеток доски соответствуют местам в ряду, а числа от 1 до 12 – людям, которых расставляют в ряд. Значит, есть 12! способов расставить числа на доске.

Ответ: 12!

7. Решение.

Эта задача аналогична задаче 2. Выбор пары клеток из 12 для ладей соответствует выбору пары вершин из 12. Соответственно, поставить на доске две одинаковые ладьи можно 12*11:2=66 способами.

Ответ: 12*11:2=66.

8. Решение.

Из 3 видов ведерок и 4 видов совочков можно составить 3*4=12 разных наборов из ведерка с совочком.

Эта задача аналогична задаче 2. Выбор двух наборов из 12 соответствует выбору пары вершин из 12. Соответственно, выбрать два различных набора можно 12*11:2=66 способами.

Ответ: 12*11:2=66.

9. Решение.

Заметим, что на доске 12 вертикалей. Так как нужно расставить 12 ладей, которые не будут бить друг друга, то на каждой вертикали будет стоять ровно одна ладья. Для каждой ладьи нужно выбрать место по горизонтали. Для первой ладьи (в первой вертикали) мы можем выбрать место по горизонтали 12 способами, для второй – 11 способами (чтобы ладьи не били друг друга), для третьей – 10 способами, и так далее.

Эта задача аналогична задаче 1. 12 ладей (или вертикалей) соответствуют местам в ряду, а номера горизонталей от 1 до 12 – людям, которых расставляют в ряд. Значит, есть 12!

способов расставить ладьи на доске указанным образом.

Ответ: 12!

10.Решение.

Пронумеруем пальцы на всех трех руках каждого инопланетянина, получим 12 мест для колец. Эта задача аналогична задаче 4. 12 мест для колец соответствуют 12 клеткам таблицы «девочки – виды конфет», а отсутствие или наличие кольца – нулю или единице. Соответственно, всего есть 2^{12} различных способов надеть кольца на пальцы инопланетянина. Если наборы колец у всех инопланетян различны, то максимальное количество встреченных инопланетян равно количеству различных наборов колец на пальцах, то есть 2^{12}.

Ответ: 2^{12}.

11.Решение.

Эта задача аналогична задаче 4. 12 позиций двоичного кода соответствуют 12 клеткам таблицы «девочки – виды конфет», а 0 и 1 – нулю и единице. Соответственно, всего есть 2^{12} способов составить двоичный код длины 12. Значит, кодом такой длины можно закодировать 2^{12} символов.

Ответ: 2^{12}.

12.Решение.

Если мы выберем коробочки для двух зеленых шариков, то оставшиеся 10 синих шариков распределяются по оставшимся 10 коробочкам однозначно.

Эта задача аналогична задаче 2. Выбор двух коробочек из 12 для зеленых шариков соответствует выбору пары вершин из 12. Соответственно, выбрать две коробочки для зеленых шариков можно 12*11:2=66 способами. Это и будет количеством способов разложить все шарики по коробкам.

Ответ: 12*11:2=66.