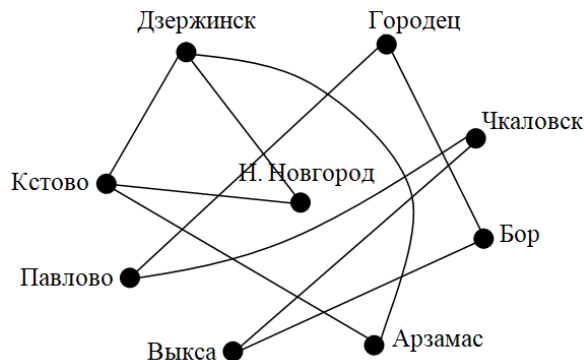


Занятие номер	Класс	Тема
19	4 база	Графы.

### 1. Решение.

Нарисуем граф, где вершины – это города Нижегородской области, ребра – это порталы между казанными городами:



Как видим, получившийся граф – несвязный, состоит из двух связных частей: Н. Новгород-Кстово-Дзержинск-Арзамас и Городец-Бор-Выкса-Павлово-Чкаловск. Нижний Новгород и Бор находятся в разных частях, значит, добраться с помощью этой системы порталов от Нижнего Новгорода до Бора невозможно.

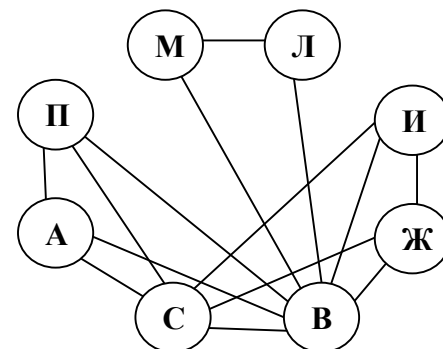
**Ответ:** нельзя.

### 2. Решение.

Построим граф, вершины которого – это девочки. Две вершины соединим ребром, если эти две девочки сыграли между собой. По условию задачи любые две вершины соединены не более чем одним ребром.

Так как Валя сыграла 7 партий, то она сыграла со всеми остальными девочками. Маша и Лена сыграли между собой и еще только с Валей, так как они обе сыграли по 2 партии. Саша сыграла 5 партий, значит, со всеми, кроме Маши и Лены. Ира играла с Валей, Сашей и Женей, Женя – с Валей, Сашей и Ирой. Остались Аня и Полина, обе они сыграли по 3 партии, обе сыграли с Валей и Сашей и больше ни с кем, кроме как друг с другом сыграть не могли.

Получим такой граф, по которому можно увидеть, кто с кем сыграл:

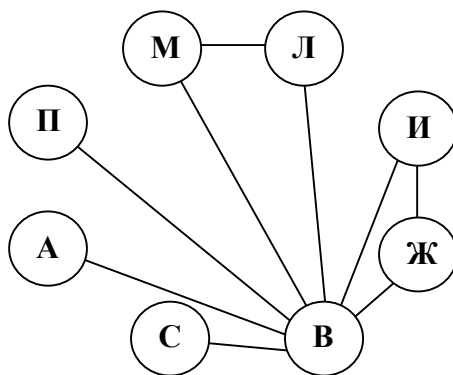


**Ответ:** см. граф в решении.

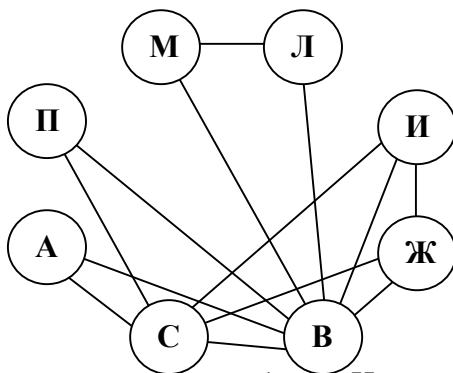
### 3. Решение.

Построим граф. Вершины – это ребята, соединим две вершины ребром, если эти два человека обменялись открытками. Всего ребят было восемь: Миша, Леша, Илья, Женя, Ваня, Саша, Аркадий и Петя.

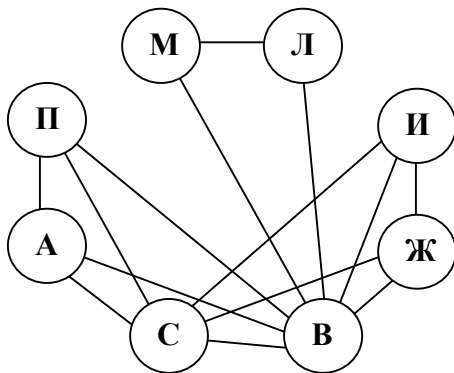
Нарисуем восемь вершин, обозначим каждую первой буквой имени мальчика. Соединим ребрам пары вершин М и Л, И и Ж. Так как Ваня обменял 7 открыток, то он обменялся со всеми остальными ребятами. Соединим вершину В со всеми остальными вершинами:



Миша и Леша обменяли по две открытки. Как мы видим по графу, они менялись друг с другом и с Ваней. Из вершин М и Л выходят по два ребра, значит, больше ни с какими вершинами они не соединены. Саша совершил пять обменов, значит, он менялся со всеми, кроме Миши и Леша.



Илья, Женя, Аркадий и Петя совершили по три обмена. Из вершин И и Ж уже выходит по 3 ребра. Из вершин А и П выходит по 2 ребра, но их мы можем соединить только между собой. В итоге получим такой граф, по которому видно, кто с кем менялся:



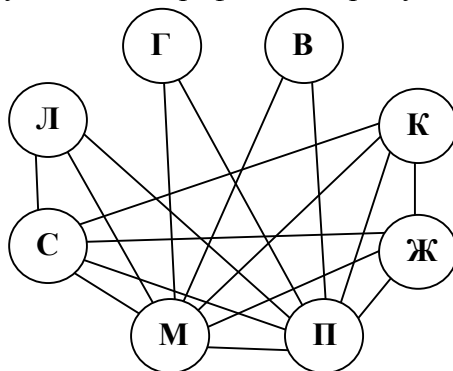
**Ответ:** см. граф в решении.

#### 4. Решение.

Построим граф, вершины которого – это девочки. Две вершины соединим ребром, если эти две девочки пели вместе.

Маша и Паулина спели по 7 песен, значит, соответствующие им вершины нужно соединить со всеми остальными вершинами. Галя и Валя спели по 2 песни, и это были песни, исполненные вместе с Машей и Паулиной. Значит, из вершин Г и В ребра выходят только в вершины М и П. Саша спела 5

песен, но с Галей и Валей она не пела, значит, пела с остальными пятью девочками. Кристина и Женя спели по 4 песни, кроме того, известно, что они пели друг с другом, поэтому соединим вершины К и Ж ребром. Получим такой граф, по которому можно увидеть, кто с кем пел:



По этому графу видно, что Лена пела с Машей, Паулиной и Сашей.

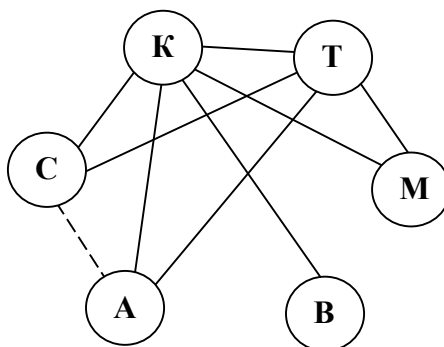
**Ответ:** с Машей, Паулиной и Сашей.

### 5. Решение.

Построим граф. Вершины – это ребята, соединим две вершины ребром, если эти два человека знают друг друга.

Так как Кеша знает 5 ребят, то он знаком со всеми остальными из компании. Соединим вершинку К со всеми остальными. Вася знает только одного человека, и это Кеша. Толя знает четырех, значит, он знаком со всеми, кроме Васи. Семен (обозначим его вершину буквой М) знает двоих, и это Кеша и Толя. Получается, что вершины, соответствующие Андрею и Саше, больше нельзя соединить ни с какими вершинами, кроме как, может быть, друг с другом.

Получим такой граф:



Таким образом, Саша и Андрей знакомы с Кешей и Толей и, возможно, друг с другом. У каждого из них 2 или 3 знакомых.

**Ответ:** 2 или 3 знакомых, см. решение.

### 6. Решение.

Так же, как и в предыдущих задачах, построим граф. Вершины – это ребята, соединим две вершины ребром, если эти два человека участвовали в одной партии. Из вершины В выходит 4 ребра, из вершины М – 3 ребра, причем вершины В и М между собой не соединены. Из всех остальных четырех вершин выходит не менее чем по 2 ребра.

Известно, что было сыграно 10 партий, то есть в графе 10 ребер. Значит, сумма количества выходящих из всех вершин ребер равна  $10 \cdot 2 = 20$  (так как каждое ребро выходит из двух вершин). Из вершин В и

М выходит в сумме  $4+3=7$  ребер, значит, из остальных четырех вершин выходит в сумме  $20-7=13$  ребер.

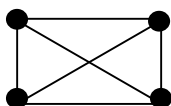
Предположим, что ни из какой из этих четырех вершин не выходит больше чем 3 ребра. Тогда сумма выходящих из этих вершин ребер не больше  $3*4=12$ , что противоречит тому, что ребер выходит 13. Значит, среди этих четырех вершин найдется вершина, из которой выходит не менее 4 ребер. Это означает, что еще кто-то, кроме Вани, сыграл не менее 4 партий.

**Ответ:** да, сыграл.

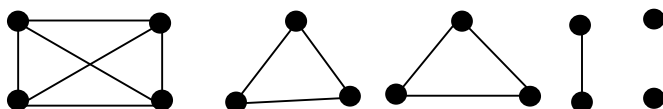
## 7. Решение.

Нарисуем граф, где ребята – это вершины, а ребра соединяют вершины, соответствующие родным братьям. Заметим, что братские отношения симметричны: если Петя – брат Васи, то Вася – брат Пети.

Поэтому все четверо ребят, у которых в походе было по 3 брата – это родные братья, и на графе это выглядит так:



Рассуждая аналогично, выясним, что дети, у которых по 2 брата в походе, в графе представляют собой два треугольника. Дети, у которых по 1 брату в походе, – один отрезок. Дети без братьев – изолированные вершины. Таким образом, граф выйдет так:

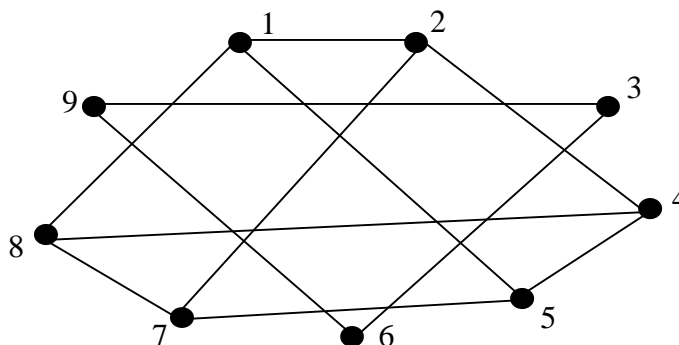


Каждая компонента связности – это дети отдельной семьи. Как видим, граф имеет 6 компонент связности, значит, 6 семей дожидается возвращения своих детей из похода.

**Ответ:** 6 семей.

## 8. Решение.

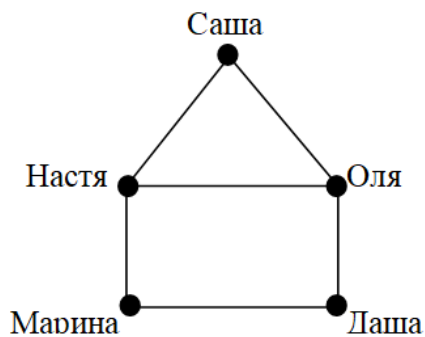
Нарисуем схему авиалиний страны Цифра:



Как видим, получился несвязный граф, состоящий из двух связных частей, причем города 1 и 9 находятся в разных компонентах связности. Значит, добраться из города 1 в город 9 невозможно.

**Ответ:** нельзя.

## Домашнее задание 19.



1. **Ответ:** например, так:

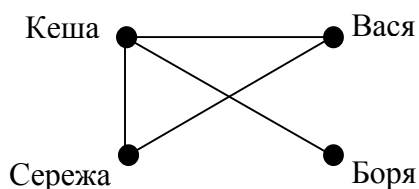
### 2. Решение.

Нарисуем граф, где вершины – это мальчики. Соединим две вершины ребром, если эти мальчики игра друг с другом.

По условию задачи, из каждой вершины выходит хотя бы 1 ребро. Кроме того, так как ребят четверо, то каждый сыграл не более чем с тремя другими, то есть из каждой вершины выходит не более 3 ребер.

Кроме того, по условию задачи, из трех вершин выходит разное количество ребер. Это возможно, если степени трех вершин равны 1, 2 и 3.

Изобразим это на графе. Пусть Кеша сыграл с 3 друзьями, Вася – с 2, Боря – с 1 (если это не так, просто переименуем вершины). Значит, Кеша сыграл с Васей, Борей и Сережей. Вася сыграл с 2 друзьями, а с Борей он играть не мог, так как Боря сыграл только с 1 другом, и это Кеша. Значит, Боря сыграл с Васей и Сережей. Таким образом, получается, что Сережа сыграл с Кешей и Васей, то есть с 2 друзьями.



**Ответ:** с 2 друзьями.