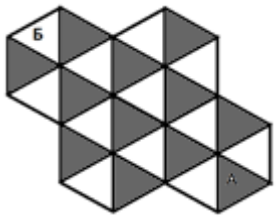
Занятие номер	Класс	Тема
15	6 база	Шахматная раскраска. Часть 1.

1. Решение.

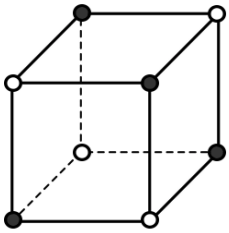
Раскрасим треугольники в шахматном порядке: в черный и белый цвета, соседние по стороне треугольники – разных цветов. При такой раскраске клетки А и Б будут разных цветов.



Каждым ходом Никита меняет цвет клетки, на которой стоит фишка. Поэтому в каждый нечетный ход он поставит фишку на клетку противоположного цвета по сравнению с А, а каждый четный ход – на клетку того же цвета. Сделав 2018 ходов, то есть четное количество, фишка окажется на клетке того же цвета, что и А. Значит, она не сможет оказаться в Б.

Ответ: не может.

2. Решение.

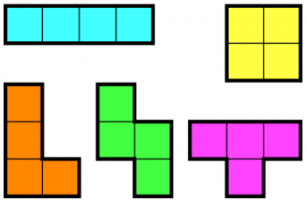


Раскрасим вершины кубика так, чтобы начальная вершина была черной, соседние с ней – белыми, любые две соседние вершины были разных цветов.

Каждую секунду муха меняет цвет вершины: после нечетной по счету секунды она оказывается в белой вершине, после четной – в черной. Через час, то есть 3600 секунд, муха окажется в черной вершине. И это не может быть ни одна из вершин, соседних с начальной, так как все они белые.

Ответ: не может.

3. Решение.



Все фигуры тетрамино показаны на рисунке.

Предположим, что нам удалось сложить из них прямоугольник 4х5. Раскрасим его шахматной раскраской. При такой раскраске в прямоугольнике будет 10 белых и 10 черных клеток.

При этом фигура Т-терамино содержит нечетное количество черных и нечетной количество белых клеток, а остальные фигуры – по 2 клетки каждого цвета. Значит, в сумме во всех фигурах тетрамино содержится нечетное количество черных и нечетное количество белых клеток, что противоречит тому, что белых и черных клеток в прямоугольнике по 10.

Значит, сложить такой прямоугольник невозможно.

Ответ: нельзя.

4. Решение.

ООО "НТЛ "2х2" +7(831)2838848 www.nn2x2.ru все права защищены, копирование и распространение запрещено.

Раскрасим большой треугольник в шахматном порядке. То есть раскрасим маленькие треугольники в два цвета так, чтобы соседние по стороне треугольники были разных цветов.

Если из большого треугольника вырезать указанные ромбы, то каждый ромб будет состоять из черного и белого маленьких треугольников.

В большом треугольнике 15 черных и 10 белых маленьких треугольников. Значит, из него можно вырезать не более 10 ромбов. Как разрезать треугольник на 10 ромбов, показано на рисунке.

рис.1

Ответ: 10 ромбов.

5. Доказательство.

Раскрасим поле шахматной раскраской. Будет 13 черных и 12 белых клеток. По команде «Ква!» каждая лягушка сменит цвет клетки: те, что сидели на черных клетках, перепрыгнут на белые, и наоборот. Так как сначала на черных клетках сидели 13 лягушек, и они перепрыгнули на 12 белых клеток, то найдется такая белая клетка, на которой сидит не менее двух лягушек (если такой клетки нет, то лягушек не более 12, а их 13).

Доказано.

6. Решение.

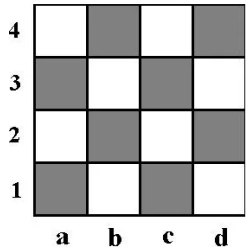
Раскрасим прямоугольник в шахматном порядке. Получим 126 белых и 126 черных клеток. При такой раскраске вырезанный уголок всегда будет состоять из 2 белых и 2 черных клеток, а вырезанное Т-тетрамино – из 1 белой и 3 черных или 1 черной и 3 белых клеток.

Предположим, что прямоугольник можно разрезать на 16 уголков и 47 Т-тетрамино. Так как количество Т-тетрамино нечетно, то во всех уголках и Т-тетрамино в сумме будет нечетное количество белых и нечетное количество черных клеток. А это противоречит тому, что черных и белых клеток в прямоугольнике – по 126. Значит, разрезать прямоугольник таким образом невозможно.

Ответ: нельзя.

7. Решение.

Раскрасим доску в шахматном порядке, как показано на рисунке.



Ящерка каждым ходом меняет цвет клетки: если она была на белой клетке, то за один ход перемещается на черную, и наоборот. То есть во время путешествия по доске, ящерка оказывалась поочередно на черных и белых клетках.

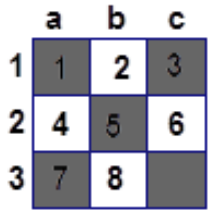
Так как она начала свой путь с черной клетки (a1), а закончила на белой клетке (d3), то она одинаковое количество раз побывала на черных и на белых клетках. Так как на белых клетках ящерка побывала 20 раз, то и на черных клетках (включая начальную) она побывала 20 раз. При этом было сделано 20+20-1=39 ходов (вычитаем начальную клетку, так как на нее ящерка ход не делала, а была там изначально).

Ответ: 20 раз, 39 ходов.

ООО "НТЛ "2x2" +7(831)2838848 www.nn2x2.ru все права защищены, копирование и распространение запрещено.

8. Решение.

Раскрасим доску в шахматном порядке, как показано на рисунке.



Ящерка каждым ходом меняет цвет клетки: если она сидела на белой клетке, то за один ход перемещается на черную, и наоборот. То есть во время путешествия по доске, ящерка оказывалась поочередно на черных и белых клетках.

Так как она начала свой путь с черной клетки (a1) и закончила на черной клетке (c3), то она побывала на черных клетках на 1 раз больше, чем на белых.

По рисунку видно, что на белых клетках ящерка побывала 2+4+6+8=20 раз.

Тогда на черных клетках она побывала 20+1=21 раз. Судя по записям ящерки, на черных клетках она побывал 1+3+5+7+x=16+x раз, где x - это количество посещений клетки c3.

16+x=21, отсюда x=5.

На клетке c3 ящерка побывала 5 раз.

Ответ: 5 раз.

9. Решение.

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

Раскрасим ряд клеток в шахматном поряке.

При прыжках Маша чередовала черные и белые клетки. Так как начала она в черной клетке, а закончила в белой, то она сделала одинаковое количество прыжков в черные и белые клетки.

В черных клетках Маша побывала 1+3+5+7+9=25 раз. Значит, столько же побывала и в белых. Поэтому в клетке 10 она побывала 25-2-4-6-8=5 раз.

Ответ: 5 раз.

ООО "НТЛ "2x2" +7(831)2838848 www.nn2x2.ru все права защищены, копирование и распространение запрещено.