

Занятие номер	Класс	Тема
14	6 база	Делимость. НОД и НОК. Часть 1

### 1. Решение.

а) Так как 64 делится на 8, то  $\text{НОД}(8, 64)=8$ ,  $\text{НОК}(8, 64)=64$ ;

б)  $36=2^2 \cdot 3^2$ ,  $60=2^2 \cdot 3 \cdot 5$ .  $\text{НОД}(36, 60)=2^2 \cdot 3=12$ ,  $\text{НОК}(36, 60)=2^2 \cdot 3^2 \cdot 5=180$ ;

в) Так как  $125=5^3$ , а число 1534569 на 5 не делится, то  $\text{НОД}(125, 1534569)=1$ .

Так как  $54=2 \cdot 3^3$ , а 163 – простое число, то  $\text{НОК}(54, 163)=2 \cdot 3^3 \cdot 163=54 \cdot 163=8802$ ;

г)  $\text{НОД}(2^3 \cdot 3^{15} \cdot 7^{19}, 2^{31} \cdot 3^2 \cdot 11^3)=2^3 \cdot 3^2=72$ ;  $\text{НОК}(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2, 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^3)=2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3=27000$ .

**Ответ:** см. решение.

### 2. Решение.

а)  $56=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$ ,  $112=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$ .

Изобразим множества простых множителей искомых чисел в виде кругов Эйлера. Произведение чисел из *пересечения* этих множеств – это НОД искомых чисел, а произведение чисел из *объединения* этих множеств – это НОК искомых чисел.



Значит, простые множители искомых чисел могут располагаться только так, как на схеме. Отсюда получаем, что одно из искомых чисел равно  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7=112$ , другое –  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7=56$ .

б)  $18=2 \cdot 3 \cdot 3$ ,  $630=2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ .

Изобразим множества простых множителей искомых чисел в виде кругов Эйлера. Произведение чисел из *пересечения* этих множеств – это НОД искомых чисел, а произведение чисел из *объединения* этих множеств – это НОК искомых чисел.



Простые множители искомых чисел могут располагаться двумя способами, как показано на схемах. В первом случае искомые числа равны  $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5=90$  и  $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7=126$ , во втором случае –  $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7=630$  и  $2 \cdot 3 \cdot 3=18$ .

**Ответ:** а) 56 и 112, б) 90 и 126, 18 и 630.

### 3. Решение.

НОК двух чисел делится на каждое из этих чисел, а значит, и на любой делитель этих чисел, в том числе и на НОД.

**Ответ:** да, это так.

### 4. Решение.

Тюльпан и нарцисс растут рядом через такое расстояние, которое делится и на 8 см, и на 12 см.

Наименьшее такое расстояние равно НОК  $(8, 12) = \text{НОК}(2^3, 2^2 \cdot 3) = 2^3 \cdot 3 = 24$  см.

**Ответ:** через 24 см.

### 5. Решение.

Заметим, что среди двузначных чисел, которые можно составить из цифр 2, 1 и 9, есть, например, простые числа 19 и 29. Их НОД равен 1. Значит, и НОД всех двузначных чисел, которые можно составить из цифр 2, 1 и 9, равен 1.

**Ответ:** 1.

### 6. Решение.

НОК двух чисел делится на каждое из этих чисел, а значит, и на любой делитель этих чисел, в том числе и на НОД.

35 на 12 не делится, значит, Коля ошибся.

**Ответ:** ошибся.

### 7. Решение.

$$45^n = 3^{2n} \cdot 5^n, 75^{10} = 3^{10} \cdot 5^{20}.$$

Значит, чтобы  $45^n$  делилось нацело на  $75^{10}$ , нужно, чтобы  $2n$  было не меньше 10, а  $n$  – не меньше 20. Наименьшее  $n$ , для которого выполняются оба эти условия, равно 20.

**Ответ:** 20.

### 8. Доказательство.

Бумажный прямоугольник размером  $6 \times 11$  клеток состоит из  $6 \cdot 11 = 66$  клеток.

66 не делится ни на 4, ни на 5, значит, исходный прямоугольник не могли разрезать на фигурки только одного вида, поэтому после разрезания получились фигурки обоих видов.

Если потеряли фигурку из 4 клеток, то в оставшихся фигурках содержится  $66 - 4 = 62$  клетки.  $62 = 1 \cdot 62 = 2 \cdot 31$ . Значит, если удастся сложить из оставшихся фигурок прямоугольник, то он будет размером  $1 \times 62$  или  $2 \times 31$ . Но это невозможно, так как среди оставшихся фигурок остался хотя бы один уголок из 5 клеток (со сторонами в 3 клетки), поэтому любая сторона нового прямоугольника должна быть не менее 3 клеток.

Если потеряли фигурку из 5 клеток, то в оставшихся фигурках содержится  $66 - 5 = 61$  клетка. 61 – простое число,  $61 = 1 \cdot 61$ . Значит, если удастся сложить из оставшихся фигурок прямоугольник, то он будет размером  $1 \times 61$ . Но это невозможно, так как все фигурки имеют сторону не менее 2 клеток, поэтому любая сторона нового прямоугольника должна быть не менее 2 клеток.

**Доказано.**

## Домашнее задание 14.

### Решение.

Делители числа 161: 1, 7, 23, 161. То есть всех мальчиков можно разделить на 1, 7, 23 или 161 команду.

Делители числа 92: 1, 2, 4, 23, 46, 92. То есть всех девочек можно разделить на 1, 2, 4, 23, 46 или 92 команды.

Так как во всех командах было одинаковое число мальчиков и одинаковое число девочек, то количество команд – это общий делитель чисел 161 и 92. Их два – 1 и 23. Но так как команд было несколько, то их было 23. В каждой команде было  $161:23=7$  мальчиков и  $92:23=4$  девочки.

**Ответ:** 23 команды, в каждой команде было 7 мальчиков и 4 девочки.