Занятие номер	Класс	Тема
13	7 профи	Признаки равенства треугольников.

1. Решение.

а) PK=KN по условию, ∠KPE=∠KNM по условию, ∠PKE=∠NKM как вертикальные. Следовательно, ΔKPE =ΔKNM по стороне и двум прилежащим к ней углам.

б) BD – общая сторона, ∠ABD=∠CDB по условию, ∠ADB=∠CBD по условию. Следовательно, ΔABD=ΔCDB по стороне и двум прилежащим к ней углам.

в) Так как AB=AD+DB, FD=FB+BD и AD=BF по условию, то AB=FD. ∠CAB=∠EFD по условию, ∠CBA=∠EDF по условию. Следовательно, ΔCAB=ΔEFD по стороне и двум прилежащим к ней углам.

г) AC=BC по условию, ∠DAC=∠EBC по условию, ∠DCE – общий угол. Следовательно, ΔDAC=ΔEBC по стороне и двум прилежащим к ней углам.

д) OP – общая сторона, ∠ROP=∠SOP по условию, ∠RPO=∠SPO по условию. Следовательно, ΔROP=ΔSOP по стороне и двум прилежащим к ней углам.

е) KP – общая сторона, KM=KN по условию, ∠MKP=∠NKP по условию. Следовательно, ΔMKP=ΔNKP по двум сторонам и углу между ними.

ж) MK – общая сторона, MN=KP по условию, ∠NMK=∠PKM по условию. Следовательно, ΔMNK=ΔPKM по двум сторонам и углу между ними.

з) AC – общая сторона, ∠BAC=∠DCA по условию, ∠BCA=∠DAC по условию. Следовательно, ΔBAC=ΔDCA по стороне и двум прилежащим к ней углам.

В равных треугольниках соответствующие элементы равны, значит, BA=DC, ∠ABC=∠CDA. ∠BAO=∠BAC - ∠DAC, ∠DCO=∠DCA - ∠BCA, а так как ∠BAC=∠DCA и ∠BCA=∠DAC, то ∠BAO=∠DCO. Так как BA=DC, ∠ABC=∠CDA, ∠BAO=∠DCO, то ΔABO=ΔCDO по стороне и двум прилежащим к ней углам.

и) OC=OD по условию, ∠COD – общий угол, ∠OCB=∠ODA по условию. Следовательно, ΔOCD=ΔODA по стороне и двум прилежащим к ней углам.

к) QM=PM по условию, ∠MQK=∠MPF по условию, ∠KMQ=∠FMP как вертикальные. Следовательно, ΔMQK =ΔFMP по стороне и двум прилежащим к ней углам.

л) KT=PT по условию, условию ∠KTM=∠PTS как вертикальные, ∠KTS=∠PTM как вертикальные. Следовательно, ΔKTM =ΔPTS и ΔKTS =ΔPTM по двум сторонам и углу между ними.

Из равенства треугольников следует, что KM=PS, KS=PM. MS – общая сторона для треугольников MKS и SPM, KM=PS, KS=PM, следовательно, эти треугольники равны по трем сторонам. KP – общая сторона для треугольников MKP и SPK, KM=PS, KS=PM, следовательно, эти треугольники равны по трем сторонам.

м) AB – сторона, AC=BD по условию, ∠CAB=∠DBA по условию. Следовательно, ΔCAB=ΔDBA по двум сторонам и углу между ними.

$OC=BC-BO$, $OD=AD-AO$. Так как, по условию, $AC=BD$, $BO=AO$, то $OC=OD$. Следовательно, $\Delta AOC=\Delta BOD$ по трем сторонам.

н) AC – общая сторона, $\angle DAC=\angle BAC$ по условию, $\angle DCA=\angle BCA$ по условию. Следовательно, $\Delta DAC=\Delta BAC$ по стороне и двум прилежащим к ней углам.

BC – общая сторона, $AB=CE$ и $AC=BE$по условию. Следовательно, $\Delta ABC=\Delta CBE$ по трем сторонам.

Ответ: см. решение.

1. **Решение.**

Так как B – середина AE и CD, то $AB=BE$, $CB=BD$. $\angle ABC=\angle EBD$ как вертикальные. Следовательно, треугольники ABC и EBD равны по двум сторонам и углу между ними.

Из равенства треугольников следует, что $AC=DE$. Так как B – середина AE, то $AB=BE$. Периметр треугольника ABC равен $AB+BC+AC=BE+BC+DE=13$.

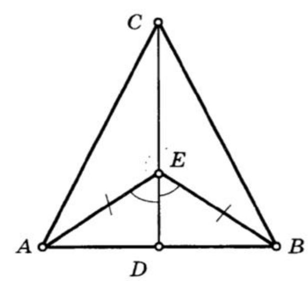
Ответ: доказано, 13.

2. **Доказательство.**

$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$ по условию. Значит, треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны по двум сторонам и углу между ними. Из равенства треугольников следует, что $BC=B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$.

$PB=AB-AP$, $P_1B_1=A_1B_1-A_1P_1$. Так как $AB = A_1B_1$, $AP=A_1P_1$, то $PB= P_1B_1$. Так как $PB= P_1B_1$, $BC=B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$, то треугольники BPC и $B_1P_1C_1$ равны по двум сторонам и углу между ними.

Доказано.



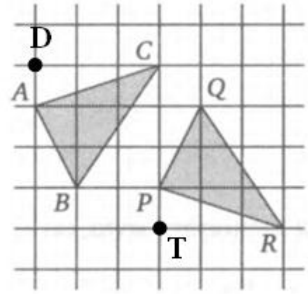
3. **Доказательство.**

$\angle AED$ и $\angle CEA$ смежные, значит, $\angle CEA=180° - \angle AED$. $\angle BED$ и $\angle CEB$ смежные, значит, $\angle CEB=180° - \angle BED$. Так как $\angle AED=\angle BED$, то $\angle CEA=\angle CEB$.

Треугольники AEC и BEC равны по двум сторонам и углу между ними (EC – общая сторона, $AE=BE$ по условию, $\angle CEA=\angle CEB$). Из равенства треугольников следует, что $\angle ACE=\angle BCE$. Значит, CD – биссектриса угла C в треугольнике ABC.

Доказано.

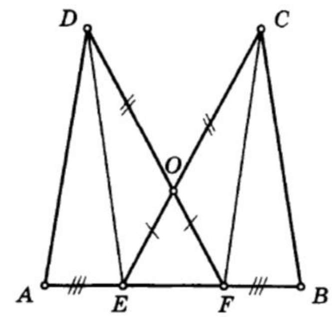
4. Доказательство.



Рассмотрим треугольники ADC и PRT. Они равны по двум сторонам и углу между ними (AD=PT=1, CD=RT=3, ∠ADC=∠PTR=90°). Значит, AC=PR. Аналогично можно доказать, что AB=PQ и BC=QR. Значит, треугольники ABC и PQR равны по трем сторонам.

Доказано.

5. Доказательство.



Треугольники DOE и COF равны по двум сторонам и углу между ними (DO=CO и EO=FO по условию, ∠DOE=∠COF как вертикальные). Значит, DE=CF.

DF=DO+FO, CE=CO+EO. Так как DO=CO и EO=FO, то DF=CE.

Треугольники DEF и CEF равны по трем сторонам (EF – общая сторона, DE=CF, DF=CE) – доказано (а).

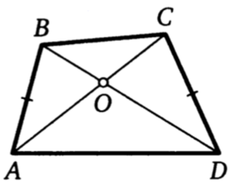
Из равенства треугольников DEF и CEF следует, что∠DFE=∠CEF.

AF=AE+EF, BE=BF+EF. Так как AE=BF по условию, то AF=BE.

Треугольники ADF и BCE равны по двум сторонам и углу между ними (DF=CE, AF=BE, ∠DFE=∠CEF). Значит, AD=BC.

Треугольники ADE и BCF равны по трем сторонам (AD=BC, DE=CF, AE=BF) – доказано (б).

Доказано.



6. Доказательство.

Треугольники ABC и DBC равны по трем сторонам (BC – общая сторона, AB=CD и AC=BD по условию). Значит, ∠BAC=∠CDB.

Треугольники ABD и DCA равны по трем сторонам (AD – общая сторона, AB=CD и AC=BD по условию). Значит, ∠ABD=∠DCA.

Треугольники AOB и DOC равны по стороне и двум прилежащим к ней углам (AB=CD по условию, ∠BAC=∠CDB, ∠ABD=∠DCA). Значит, AO=OD.

Доказано.

7. Доказательство.

Треугольники ABK и CBK равны по двум сторонам и углу между ними (BK – общая сторона, AB=BC, так как треугольник ABC равнобедренный, $\angle ABK = \angle CBK$, так как BK – биссектриса).
Из равенства треугольников следует, что AK=BK, то есть BK – медиана треугольника ABC.

Из равенства треугольников следует, что $\angle AKB = \angle CKB$. Так как эти углы смежные, то их сумма равна 180°. Так как эти углы равны, то $\angle AKB = \angle CKB = 90°$, то есть BK – высота треугольника ABC.

Доказано.