Занятие номер	Класс	Тема
12	6 база	Свойства делимости.

Решение.

1. Это неверно. Например, число 6 делится на 2 и на 3, но не делится на 2+3 (на 5).
2. Это неверно. Например, число 12 делится и на 2, и на 4, и на 2+4 (на 6).
3. Это верно.
   Если a+b делится на c, то существует такое целое число n, что a+b=n*c. Если b делится на c, то существует такое целое число m, что b=m*c.
   Получаем a+m*c=n*c, откуда a=(n-m)*c. То есть существует такое целое число k=n-m, что a=k*c. Значит, a делится на c.
4. Это неверно. Например, число 8 делится на 2, но не делится на 3*2 (на 6).
5. Это верно.
   Если a делится на 3*b, то существует такое целое число n, что a=n*3*b. То есть существует такое целое число k=3*n, что a=k*b. Значит, a делится на b.
6. Это неверно. Например, число 11*2 (22) делится на 11, но 2 не делится на 11.
7. Это неверно. Например, число 3*4 (12) делится на 6, но ни 3, ни 4 не делятся на 6.
8. Это верно.
   Если a делится на b, то a=n*b, где n – целое число. Тогда a*c=n*b*c, а это значит, что a*c делится на b*c.
9. Это неверно. Например, числа 4 и 6 не делятся на 3, и число 4+6 (10) не делится на 3.
10. Это неверно. Например, числа 5 и 7 не делятся на 2, а число 5+7 (12) делится на 2.

Ответ: см. решение.

Задачи.

1. **Решение.**

18=1*18=2*9=3*6. Значит, делители числа 18 – это 1, 2, 3, 6, 9, 18.

32=1*32=2*16=4*8. Значит, делители числа 32 – это 1, 2, 4, 8, 16, 32.

50=1*50=2*25=5*10. Значит, делители числа 50 – 3то 1, 2, 5, 10, 25, 50.

Ответ: см. выше.

2. **Решение.**

12 делится на 3 и 15 делится на 3. Если мы купим n наборов по 12 шт., то общее количество фломастеров в них будет равно 12*n и будет делиться на 3. Если мы купим m наборов по 15 шт., то общее количество фломастеров в них будет равно 15*m и будет делиться на 3.

Теперь сложим все наборы. 12*n + 15*m делится на 3, так как оба слагаемых делятся на 3. Число 1000 на 3 не делится, значит, количество фломастеров во всех наборах не может быть равно 1000.

Ответ: нельзя.

3. Решение.

Общее количество найденных монет равно 20*51. Это число делится на 34, так как 34 – это произведение взаимно простых чисел 2*17, а поскольку 20 делится на 2, 51 делится на 17, то 20*51 делится на 2*17.

Так как количество монет, взятых каждым пиратом, делится на 34, то и общее количество взятых ими монет делится на 34. Пусть оно равно N.

Количество оставшихся в сундуке монет равно 20*51 – N. Уменьшаемое делится на 34, вычитаемое делится на 34, значит, и разность делится на 34.

Ответ: делится.

4. Доказательство.

Пусть некоторые число $N=m^2=m*m$.

Делителями этого числа являются пара чисел 1 и N (любое число делится на 1 и на себя).

Далее, если у числа N есть делитель k, причем k<m, то есть и парный ему делитель p=N:k, причем p>m.

Число m также является делителем числа N, парный ему делитель тоже равен m, так как N=m*m.

Таким образом, все делители числа N разбиваются на пары неравных между собой делителей и число m. Количество делителей, не равных m четно, а общее количество делителей (вместе с числом m) нечетно.

В случае, если число не является квадратом натурального числа (то есть не существует такого числа m, что N=m*m), то все его делители разбиваются на пары неравных между собой. Значит, количество делителей такого числа четно.

Доказано.

Домашнее задание 12.

Решение.

1. Это верно.
   Если a делится на b, то a=n*b, где n – целое число. Тогда a+b= n*b+b=(n+1)*b. То есть существует такое целое число k=n+1, что a+b=k*b, а это значит, что a+b делится на b.
2. Это верно.
   Если a делится на b и a + 3 делится на b, то a=n*b, a+3=m*b, где n и m - целые числа. Тогда n*b+3=m*b, откуда (m-n)*b=3. Так как число 3 можно представить в виде произведения только чисел 1 и 3, то b=1 или b=3.

Ответ: см. решение.