

Занятие номер	Класс	Тема
11	5 база	Игры. Дополнение.

1. Решение.

В этой игре есть выигрышная стратегия у второго игрока. Ему нужно дополнять ход первого до 3 спичек: если первый взял 1 спичку, то второй берет 2, и наоборот.

Изначально количество спичек на столе кратно 3. После хода первого игрока оно становится не кратно 3, после хода второго игрока снова становится кратно 3. Игра закончится, когда спичек станет 0, то есть кратно 3. Это случится после хода второго игрока. Последнюю спичку заберет он и выиграет.

Ответ: второй.

2. Решение.

В этой игре есть выигрышная стратегия у первого игрока. Первым ходом ему нужно взять 2 спички, чтобы сделать количество спичек на столе, на 1 больше, чем кратное 3 ($28=27+1$). После этого ему нужно дополнять ход второго до 3 спичек: если второй взял 1 спичку, то первый берет 2, и наоборот.

После каждого хода первого игрока количество спичек на столе становится на 1 больше, чем кратное 3. Значит, 1 спичка останется после хода первого игрока, второй будет вынужден ее взять и проиграет.

Ответ: первый.

3. Решение.

а) В этой игре есть выигрышная стратегия у Малыша. Ему нужно дополнять ход Карлсона до 5 конфет: если Карлсон взял n конфет, то Малыш берет $5-n$.

Изначально количество конфет в коробке кратно 5. После хода Карлсона оно становится не кратно 5, после хода Малыша снова становится кратно 5. Игра закончится, когда конфет станет 0, то есть кратно 5. Это случится после хода Малыша. После этого Карлсон не сможет сделать ход и проиграет.

а) В этой игре есть выигрышная стратегия у Карлсона. Первым ходом ему нужно взять 2 конфеты, чтобы сделать количество конфет в коробке кратным 6. После этого ему нужно дополнять ход Малыша до 6 конфет: если Малыш взял n конфет, то Карлсон берет $6-n$.

После хода Малыш количество конфет в коробке становится не кратно 6, после хода Карлсона снова становится кратно 6. Игра закончится, когда конфет станет 0, то есть кратно 6. Это случится после хода Карлсона. После этого Малыш не сможет сделать ход и проиграет.

Ответ: а) Малыш, б) Карлсон.

4. Решение.

а) В этой игре у Алеши Поповича (АП) есть выигрышная стратегия. Первым ходом ему отрубить змею 1 голову и сделать количество голов кратным 4. После этого ему нужно дополнять ход Добрыни Никитича (ДН) до 4 голов: если ДН отрубил n голов, то АП отрубает $4-n$ голов.

После каждого хода АП количество голов у змея становится кратным 4, а после каждого хода ДН – не кратным 4. Игра закончится, когда голов станет 0, то есть кратно 4. Это случится после хода АП. Последнюю голову срубит он и выиграет.

б) Если голов у змея 2020, то есть изначально кратно 4, то АП победителем стать не сможет. В этой игре есть выигрышная стратегия у ДН. Каждым ходом ему нужно дополнять ходы АП до 4 голов.

После каждого хода АП количество голов у змея становится не кратным 4, а после каждого хода ДН – снова кратным 4. Игра закончится, когда голов станет 0, то есть кратно 4. Это случится после хода ДН. Последнюю голову срубят он и выиграет.

Ответ: а) см. решение, б) не сможет.

5. Решение.

а) В этой игре у второго игрока есть выигрышная стратегия. Ему нужно дополнять ход первого игрока до полного десятка: если первый прибавил n , то второй должен прибавить $10-n$. При такой стратегии после хода первого игрока всегда будет получаться число, не кратное 10, а после хода второго – кратное 10. Число 100 кратно 10, его получит второй игрок и выиграет.

б) В этой игре у первого игрока есть выигрышная стратегия. Первым ходом ему нужно прибавить 9, а затем дополнять ходы второго игрока до полного десятка. Таким образом, после хода первого игрока всегда будут получаться числа, оканчивающиеся цифрой 9. Значит, после хода первого игрока будет получено число 99, после чего второй игрок при любом ходе получит трехзначное число и проиграет.

Ответ: а) второй, б) первый.

6. Решение.

Заметим, что в начале игры между шашками есть 38 пустых клеток. Так как шашка каждым ходом сдвигается в направлении другой шашки и перепрыгивать через шашки нельзя, то каждый игрок будет делать ходы только в одном направлении. Игра закончится, когда шашки окажутся на соседних клетках и между ними не будет пустой клетки. Выиграет тот, кто сделает последний ход.

В этой игре есть выигрышная стратегия у первого игрока. Первым ходом ему нужно подвинуть свою шашку на 2 клетки, чтобы сделать количество клеток между шашками кратным 3 (36 делится на 3). После этого ему нужно дополнять ход второго до 3 клеток: если второй сдвинул шашку на 1 клетку, то первый сдвигает на 2, и наоборот.

После каждого хода первого игрока количество клеток между шашками становится кратным 3, а после хода второго – некрatным 3. 0 – число, кратное 3. Значит, 0 клеток между шашками станет после хода первого игрока. Второй не сможет сделать ход и проиграет.

Ответ: первый.

7. Решение.

В этой игре есть выигрышная стратегия у первого игрока. Ему нужно каждым своим ходом делать число на доске нечетным. Заметим, что это всегда возможно для первого игрока. Действительно, изначально на доске написано четное число 20, которое имеет делители 1, 2, 4, 5, 10, 20. Вычитая из 20 нечетный делитель (1 или 5), первый игрок получит нечетное число. После этого второй игрок может получить своим ходом только четное число, так как нечетное число имеет только нечетные делители, а разность двух нечетных чисел четна. Первый же игрок из любого четного числа сможет получить нечетное, вычитая из него 1 (1 является делителем любого числа).

Таким образом, первый игрок в свой ход всегда будет получать нечетное число, а второй – четное. 0 – это четное число. Значит, 0 получит второй игрок и проиграет.

Ответ: первый.

Домашнее задание 22.

Решение.

В этой игре есть выигрышная стратегия у второго игрока. Ему нужно дополнять ходы первого игрока до 3 камней, взятых из каждой кучи, то есть брать 1 камень из той кучи, из которой первый брал 2 камня, и 2 камня из той, из которой первый брал 1 камень.

Изначально количество камней в обеих кучах кратно 3. При такой стратегии после хода первого игрока количество камней в каждой куче становится не кратно 3, а после хода второго – снова кратно 3. То есть за ход первого игрока и следующий ход второго игрока количество камней уменьшается на 3 в каждой куче. Причем первый «открывает» тройку камней в каждой куче, а второй «закрывает», то есть забирает оставшиеся камни из тройки.

Таким образом, и из последних троек камней последние камни заберет второй игрок. После этого в кучах не останется камней. Второй игрок не сможет сделать ход и проиграет.

Ответ: второй.