Занятие номер	Класс	Тема
8	8 база	Параллельность.

1. Доказательство.

ΔAOC=ΔBOD по двум сторонам и углу между ними (AO=BO, т. к. O – середина AB, CO=OD, т. к. O – середина CD, ∠AOC=∠BOD как вертикальные). Значит, ∠CAO=∠DBO. Так как эти углы являются накрест лежащими при пересечении прямых AC и BD секущей AB, то AC || BD.

ΔCOB=ΔAOD по двум сторонам и углу между ними (AO=BO, т. к. O – середина AB, CO=OD, т. к. O – середина CD, ∠COB=∠AOD как вертикальные). Значит, ∠CBO=∠DAO. Так как эти углы являются накрест лежащими при пересечении прямых AD и BC секущей AB, то AD || BC.

Доказано.

2. Решение.

Пусть AB || CD, NM – секущая, NF и MF – биссектрисы внутренних односторонних углов BNM и DMN соответственно, F – точка пересечения биссектрис.

Тогда ∠NMF = $^1/_2$∠DMN, ∠MNF=$^1/_2$∠BNM. ∠DMN+∠MNF = 180° как сумма односторонних углов при пересечении параллельных прямых AB и CD секущей NM. Тогда ∠NMF+∠MNF = $^1/_2$(∠DMN+∠MNF) = $^1/_2$*180° = 90°.

Сумма углов треугольника NMF равна 180°, сумма двух из них - ∠NMF+∠MNF = 90°. Значит, ∠MFN = 180° – 90° = 90°. ∠MFN – между прямыми NF и MF, что и требовалось найти.

Ответ: 90°.

3. Доказательство.

Пусть BH и BS – высота и биссектриса ΔABC соответственно.

Так как BS – биссектриса угла B, то ∠ABS = ½∠B = ½ (180° – ∠A – ∠C). В треугольнике ABH ∠ABH=180° – ∠BHA – ∠A = 180° – 90° – ∠A = 90° – ∠A.

Если ∠ABH < ∠ABS, то угол между BH и BS равен ∠ABS – ∠ABH = ½ (180° – ∠A – ∠C) – (90° – ∠A) = ½ (180° – ∠A – ∠C – 180° + 2∠A) = ½ (∠A – ∠C).

Если ∠ABS < ∠ABH, то угол между BH и BS равен ∠ABH – ∠ABS = (90° – ∠A) – ½ (180° – ∠A – ∠C) = ½ (180° – 2∠A – 180° + ∠A + ∠C) = ½ (∠C – ∠A).

Доказано.

4. Решение.

Проведем в выпуклом n-угольнике из одной вершины все возможные диагонали. Так как диагональ – это отрезок, соединяющий две несоседние вершины n-угольника, а для любой вершины есть n-3 несоседних вершин, то таких диагоналей будет n-3.

В выпуклом n-угольнике все диагонали лежат внутри него. Эти n-3 диагонали разделят n-угольник на n-2 треугольника, сумма углов которых равна сумме углов n-угольника. Значит, сумма углов выпуклого n-угольника равна 180°*(n-2).

Тогда сумма углов выпуклого 10-угольника равна 180°*(10-2)=180°*8=1440°.

Ответ: 1440°, 180°*(n-2).

ООО "НТЛ "2х2" +7(831)2838848 www.nn2x2.ru все права защищены, копирование и распространение запрещено.

5. Доказательство.

Так как $\angle A$ и $\angle B$ – односторонние при пересечении параллельных прямых AD и BC секущей AB, то $\angle A+\angle B=180°$. Так как $\angle B$ и $\angle C$ – односторонние при пересечении параллельных прямых AB и DC секущей BC, то $\angle B+\angle C=180°$. Значит, $\angle A=\angle C$.

Аналогично доказывается, что $\angle B=\angle D$.

Доказано.

6. Доказательство.

Пусть ΔABC – равнобедренный треугольник, AB=BC, точки M и K – середины сторон AB и BC соответственно.

Так как AB=BC, то $\angle A = \angle C$ как углы при основании равнобедренного треугольника. Так как сумма углов ΔABC равна 180°, то $\angle A = \angle C = \frac{1}{2}(180° - \angle B)$.

Так как AB=BC, то $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC$, то есть MB=BK. Значит, треугольник MBK равнобедренный, и его углы при основании равны: $\angle KMB = \angle MBK = \frac{1}{2}(180° - \angle B)$.

Значит, $\angle A = \angle KMB$, а так как это соответственные углы при пересечении прямых AC и MK секущей AM, то $AC \parallel MK$, что и требовалось доказать.

Доказано.

7. Доказательство.

Пусть прямые a и b параллельны. Точка $C \in a$, точка $D \in b$. Точка M – середина отрезка CD. AB – секущая, проходящая через точку M, точка $A \in a$, точка $B \in b$.

$\Delta AMC = \Delta DMB$ по стороне и двум прилежащим к ней углам (CM=MD, так как M – середина CD, $\angle AMC=\angle BMD$ как вертикальные, $\angle MCA=\angle MDB$ как накрест лежащие при пересечении прямых a и b секущей CD). Значит, AM=MB, то есть точка M – середина AB.

Доказано.

8. Решение.

Так как внешний угол треугольника ABC, смежный с углом A, равен 115°, то $\angle A=180°–115° = 65°$. Так как внешний угол треугольника ABC, смежный с углом C, равен 140°, то $\angle C=180°–140° = 40°$.

$\angle BMN=\angle A=65°$ как соответственные углы при пересечении параллельных прямых MN и AC секущей AB. $\angle BNM=\angle C=40°$ как соответственные углы при пересечении параллельных прямых MN и AC секущей BC. Тогда $\angle MBN=180° – \angle BMN – \angle BNM = 180° – 65° – 40° = 75°$.

Ответ: 65°, 40°, 75°.

9. Доказательство.

Так как AM=MD, то треугольник AMD равнобедренные. Значит, его углы при основании равны: $\angle MDA=\angle MAD$. Так как AD – биссектриса угла A, то $\angle MAD=\angle DAC$. Значит, $\angle MDA=\angle DAC$, а так как это накрест лежащие углы при пересечении прямых MD и AC секущей AD, то $MD \parallel AC$.

Доказано.

ООО “НТЛ “2х2” +7(831)2838848 www.nn2x2.ru все права защищены, копирование и распространение запрещено.

Домашнее задание 8.

Через вершину В треугольника АВС проведена прямая, параллельная прямой АС. Образовавшиеся при этом три угла с вершиной В относятся как 3 : 10 : 5. Найдите углы треугольника АВС.

ООО "НТЛ "2x2" +7(831)2838848 www.nn2x2.ru все права защищены, копирование и распространение запрещено.