

Занятие номер	Класс	Тема
10	8 база	Игры на клетчатой доске.

1. Решение.

В этой игре есть выигрышная стратегия у второго игрока. Ему нужно покрывать доминошкой клетки, симметричные относительно центрального узла доски клеткам, покрытым доминошкой первым игроком в предыдущий ход.

Так как вся доска симметрична относительно центрального узла (точки пересечения сторон клеток), то для любой пары соседних клеток, покрытых первым игроком, найдется пара соседних клеток, которые может покрыть второй игрок. Кроме того, две клетки, симметричные относительно центрального узла доски, не имеют общих сторон, поэтому первый игрок не может покрыть доминошкой две клетки, симметричные друг другу.

Таким образом, если первый игрок имеет возможность сделать ход, то и второй игрок имеет возможность сделать ход. Первым не сможет сделать ход первый игрок, значит, он проиграет.

Ответ: второй, используя симметричную стратегию.

2. Решение.

а) В этой игре есть выигрышная стратегия у первого игрока.

Первым ходом он должен снять ряд шашек, симметричный относительно центральной клетки доски. Например, одну центральную шашку или ряд шашек, в центре которого будет находиться центральная шашка. Далее в каждый свой ход он должен снимать шашки, симметричные относительно центральной клетки доски тем шашкам, которые в предыдущий ход снял второй игрок.

Так как изначально расположение шашек симметрично относительно центральной клетки доски, и первым ходом первый игрок эту симметрию сохраняет, то в дальнейшем, если второй игрок имеет возможность сделать ход, то и первый игрок имеет возможность сделать ход (второй нарушает симметрию в расположении шашек, первый ее восстанавливает).

Первым не сможет сделать ход второй игрок, значит, он проиграет. Или, по-другому: игра закончится, когда на доске не останется шашек. Так как в этом случае расположение шашек симметрично, то последний ход (по восстановлению симметрии) будет сделан первым игроком, а второй игрок не сможет сделать ход и проиграет.

б) В этой игре есть выигрышная стратегия у второго игрока.

В каждый свой ход он должен снимать шашки, симметричные относительно центрального узла доски тем шашкам, которые в предыдущий ход снял первый игрок.

Так как изначально расположение шашек симметрично относительно центрального узла доски, и никакие симметричные друг другу клетки не имеют общей стороны, то первый игрок эту симметрию нарушает, а второй игрок – восстанавливает. И если первый игрок имеет возможность сделать ход, то и второй игрок имеет возможность сделать.

Первым не сможет сделать ход первый игрок, значит, он проиграет. Или, по-другому: игра закончится, когда на доске не останется шашек. Так как в этом случае расположение шашек симметрично, то последний ход (по восстановлению симметрии) будет сделан вторым игроком, а первый игрок не сможет сделать ход и проиграет.

Ответ: а) первый, используя симметричную стратегию, б) второй, используя симметричную стратегию.

3. Решение.

В этой игре есть выигрышная стратегия у второго игрока.

Второй игрок в каждый свой ход должен ставить ладью симметрично относительно центрального узла доски той ладье, которую поставил в предыдущий ход первый игрок.

Действительно, вся доска симметричная относительно центрального узла, причем любые две симметричные клетки лежат на разных вертикалях и разных горизонталях. Поэтому, если есть непобитая клетка для первого игрока, то есть и симметричная ей непобитая клетка на другой горизонтали и другой вертикали для второго игрока.

Таким образом, если первый игрок может сделать ход, то и второй игрок может сделать ход. Первым не сможет сделать ход первый игрок, и проигрывает.

Ответ: второй, используя симметричную стратегию.

4. Решение.

В этой игре есть выигрышная стратегия у Пети.

Ему нужно мысленно разбить шахматную доску на квадраты 2×2 . Затем в каждый свой ход класть свою фигуру так, чтобы вместе с предыдущим квадратиком Леша покрыть один из квадратов.

Так как доску можно разбить на квадраты 2×2 (каждая клетка доски будет находиться в каком-нибудь из квадратов), а Леша всегда кладет свой квадратик в новый квадрат (так как Петя в свой ход покрывает квадрат полностью), то, если у Леша есть ход, то и у Пети есть ход. Первым не сможет сделать ход Леша, значит, он проигрывает.

Ответ: не прав, выигрывает Петя, используя стратегию дополнения.

5. Решение.

В этой игре есть выигрышная стратегия у Димы.

Ему нужно ставить своего коня в клетку, симметричную относительно центрального узла доски той клетке, куда в предыдущий ход поставил коня Коля.

Так как вся доска симметрична относительно центрального узла, то, если у Коли есть возможность сделать ход, то и у Димы есть возможность сделать.

При этом, заметим, что Дима поставит коня на клетку того же цвета, что и Коля, значит, конь Димы не попадет под бой последнего выставленного коня Коли. Кроме того, Димин конь не может попасть и под бой предыдущих коней Коли. Действительно, если Димин конь оказался под боем одного из предыдущих коней Коли, то, значит, Коля поставил своего последнего коня так, что он оказался под боем одного из предыдущих коней Димы. Это невозможно, так как Коля и Дима ставят своих коней не под бой противника.

Таким образом, если у Коли есть ход, то и у Димы есть ход. Первым не сможет сделать ход Коля, значит, он проигрывает.

Ответ: Дима, используя симметричную стратегию.

6. Решение.

В этой задаче есть выигрышная стратегия у второго игрока.

Ему нужно мысленно разбить доску на пары так, чтобы квадраты в одной паре были соединены ходом коня. Это можно сделать, например, так:

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
2	1	4	3	6	5	8	7
10	9	12	11	14	13	16	15
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
18	17	20	19	22	21	24	23
26	25	28	27	30	29	32	31

Куда бы первый игрок ни поставил коня своим ходом, второй игрок переставляет его на парную клетку. Поэтому если у первого игрока есть ход, то и у второго игрока есть ход. Первым не сможет сделать ход первый игрок, и он проиграет.

Ответ: второй, используя стратегию дополнения.

7. Решение.

В этой игре есть выигрышная стратегия у первого игрока. Первым ходом он должен переместить ладью на 1 клетку по горизонтали и дальше вести игру так, как если бы она шла на доске 8x8. Начиная со второго хода, первый ходит симметрично второму относительно диагонали (имеется в виду главная диагональ «новой» доски 8x8, та, на которой изначально не стоит ни одна ладья). Рано или поздно второй будет вынужден сходить на эту диагональ, и будет съеден следующим ходом первого, так как клетка на диагонали симметрична сама себе.

Ответ: первый, используя симметричную стратегию.

8. Решение.

Чтобы помешать, чёрным достаточно каждым своим ходом создавать "прямоугольную" позицию: черные фишки нужно сдвигать так, чтобы все четыре фишки находились в вершинах прямоугольника со сторонами, параллельными сторонам доски.

Так как фишки одного цвета стоят в противоположных углах, то за один ход белые фишки не могут встать рядом, и после каждого их хода чёрные смогут снова занять "прямоугольную" позицию. Таким образом, при такой стратегии черных, не удастся встать рядом.

Ответ: могут, используя симметричную стратегию.

Домашнее задание 10.

Решение.

В этой игре есть выигрышная стратегия у второго игрока.

Второй игрок в каждый свой ход должен ставить слона симметрично относительно вертикальной (или горизонтальной) оси доски тому слону, которого поставил в предыдущий ход первый игрок.

Действительно, вся доска симметрична относительно вертикальной оси, причем любые две симметричные клетки окрашены в разные цвета. Слон бьет по диагонали, поэтому, все клетки, которые может побить слон за один ход, - одного цвета. Если есть непобитая клетка для первого игрока, то есть и симметричная ей непобитая клетка другого цвета для второго игрока.

Таким образом, если первый игрок может сделать ход, то и второй игрок может сделать ход. Первым не сможет сделать ход первый игрок, и проиграет.

Ответ: второй, используя симметричную стратегию.