

| Занятие номер | Класс  | Тема             |
|---------------|--------|------------------|
| 7             | 6 база | Принцип Дирихле. |

### 1. Доказательство.

Предположим, что это не так, то есть у всех детей класса фамилии начинаются с разных букв. Тогда, так как в русском алфавите всего 33 буквы, кроме того, с Ъ и Ь фамилии начинаться не могут, то в классе не более 31 человека. Это противоречит условию, что в классе 35 человек.

Значит, предположение неверно, и среди учеников класса найдутся хотя бы двое, у которых фамилия начинается с одной буквы.

**Доказано.**

### 2. Решение.

а) Это верно. Предположим, что это не так, то есть все люди в компании родились в разные дни недели. Так как дней недели всего 7, то в этой компании не более 7 человек. Это противоречит условию задачи. Значит, предположение неверно, и в компании из 17 человек всегда найдутся двое, родившиеся в один день недели.

б) Это верно. Предположим, что это не так, то есть в каждый день недели родилось не более 2 людей из компании. Так как дней недели всего 7, то в этой компании не более  $2 \cdot 7 = 14$  человек. Это противоречит условию задачи. Значит, предположение неверно, и в компании из 17 человек всегда найдутся трое, родившиеся в один день недели.

в) Это неверно. Например, в компании из 17 человек в каждый будний день родилось по 3 человека, а в субботу и воскресенье – по 1 человеку. В этом случае ни в один день недели не родилось четверо или больше людей.

**Ответ:** а) верно, б) верно, в) неверно.

### 3. Решение.

а) Предположим, что каждый день Вася получал менее 4 пятерок (то есть 3 или меньше). Тогда за 5 дней он получил не более  $3 \cdot 5 = 15$  пятерок. Это противоречит условию задачи о том, что Вася получил 18 пятерок. Значит, предположение неверно, и обязательно найдется день, в который он получил не менее 4 пятерок.

б) Предположим, что каждый день Вася получал более 3 пятерок (то есть 4 или больше). Тогда за 5 дней он получил не менее  $4 \cdot 5 = 20$  пятерок. Это противоречит условию задачи о том, что Вася получил 18 пятерок. Значит, предположение неверно, и обязательно найдется день, в который он получил не более 3 пятерок.

**Ответ:** а) да, б) да.

### 4. Доказательство.

Предположим, что это не так, то есть на каждой странице книги менее 5 опечаток (значит, не более 4). Тогда на 25 страницах не более  $4 \cdot 25 = 100$  опечаток. Это противоречит условию, что опечаток на 25 страницах всего 102.

Значит, предположение неверно, и на одной из страниц не менее 5 опечаток.

**Доказано.**

### **5. Доказательство.**

Предположим, что это не так, то есть деревьев с одинаковыми существами не более 6. Тогда, так как есть всего 4 вида существ, то в лесу не более  $6 \cdot 4 = 24$  деревьев. Это противоречит условию, что деревьев в лесу 27.

Значит, предположение неверно, и в лесу растут хотя бы 7 деревьев, на которых живут одинаковые существа.

**Доказано.**

### **6. Доказательство.**

Предположим, что это не так, то есть из каждого города приехало не более 22 школьников. Тогда всего на олимпиаду приехало не более  $22 \cdot 15 = 330$  школьников. Это противоречит условию задачи, что школьников было 350. Значит, предположение неверно, и найдётся город, из которого приехало более 22 школьников.

**Доказано.**

### **7. Доказательство.**

Не считая Колю, в классе 29 учеников. Вариантов количества друзей у всех них (Колю не считаем) всего 13 (от 0 до 12).

Предположим, что каждый вариант количества друзей оказался не более, чем у двух учеников. Тогда всего учеников в классе (кроме Коли) не более  $13 \cdot 2 = 26$ . Это противоречит тому, что их 29. Значит, предположение неверно, и, по крайней мере, у трех учеников в классе поровну друзей.

**Доказано.**

### **8. Доказательство.**

Предположим, что это не так, то есть во всех 15 корзинах разное количество груш. Тогда всего в корзинах не менее  $0+1+2+\dots+13+14=105$  груш. Это противоречит условию задачи, что груш всего 100. Значит, предположение неверно, и найдутся две корзины, в которых груш поровну.

**Доказано.**

### **Доказательство.**

Предположим, что это не так, то есть все школы получили разное количество компьютеров. Тогда во все пять школ поставили не менее  $10+11+12+13+14=60$  компьютеров. Это противоречит условию, что компьютеров поставили 58.

Значит, предположение неверно, найдутся две школы, которые получили компьютеров поровну.

**Доказано.**

## **Домашнее задание 7.**

### **Доказательство.**

Предположим, что это не так, то есть детей из одного города в лагере не более 15. Тогда, так как городов, откуда приехали дети, всего 5, то детей в лагере не более  $15 \cdot 5 = 75$ . Это противоречит условию задачи, что детей в лагере 77. Значит, предположение неверно, и среди детей в лагере найдутся 16 из одного города.

**Доказано.**