Занятие номер	Класс	Тема
2	7 база	Делимость. Продолжение.

1. Решение.

Заметим, что в результате умножения двух чисел, у которых в разряде единиц стоит 1, получится число, также оканчивающееся цифрой 1. Значит, и произведение 11*11*21*21*31, все множители которого оканчиваются цифрой 1, также оканчивается цифрой 1.

Тогда разность 11*11*21*21*31 – 1 оканчивается цифрой 0. Если число оканчивается цифрой 0, то оно делится на 10.

Ответ: да, делится.

2. Решение.

45=5*9, числа 5 и 9 взаимно простые. Значит, чтобы число делилось на 45, нужно, чтобы оно делилось на 5 и на 9.

Чтобы число делилось на 5, оно должно оканчиваться на 0 или 5. Чтобы число делилось на 9, сумма его цифр должна делиться на 9.

Если число оканчивается на 0, получаем *430. Сумма имеющихся цифр равна 4+3+0=7. Перебрав цифры от 1 до 9, получим, что первая цифра должна быть 2, так как только в этом случае сумма цифр 2+4+3+0=9 делится на 9. Таким образом, если число оканчивается на 0, то это число 2430.

Если число оканчивается на 5, получаем *435. Сумма имеющихся цифр равна 4+3+5=12. Перебрав цифры от 1 до 9, получим, что первая цифра должны быть 6, так как только в этом случае сумма цифр 6+4+3+5=18 делится на 9. Таким образом, если число оканчивается на 5, то это число 6435.

Ответ: 2430 и 6435.

3. Решение.

Число делится на 4 тогда и только тогда, когда двузначное число, образованное последними двумя цифрами в том же порядке, делится на 4. В числе Ивана предпоследняя цифра 1. Последняя цифра должна быть такой, чтобы число 1■делилось на 4. Таких чисел всего два – это 12 и 16. Значит, последняя цифра числа Ивана – это 2 или 6.

Цифры, скрытые кляксами, либо равны, либо отличаются ровно в 2 раза. Если последняя цифра – это 2, то третья цифра – это 2, 1 или 4 (ровно 2, в 2 раза меньше или в 2 раза больше). Если последняя цифра – это 6, то третья цифра – это 6 или 3 (ровно 6 или в 2 раза меньше).

Таким образом, все варианты чисел, которые могли быть записаны Иваном: 93112, 93212, 93412, 93316, 93616. То есть вместо клякс могли стоять только такие цифры: 1 и 2, 2 и 2, 4 и 2, 3 и 6, 6 и 6.

Ответ: 93112, 93212, 93412, 93316, 93616 (1 и 2, 2 и 2, 4 и 2, 3 и 6, 6 и 6).

4. Решение.

Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9 Сумма цифр, которые не скрыты кляксами, равна 9+3+1=13. Сумма оставшихся двух цифр – не больше 9+9=18, поэтому сумма цифр исходного числа не меньше 13 и не больше 13+18=31. Из чисел от 13 до 31 делятся на 9 всего два числа – это 18 и 27. Значит, сумма цифр, скрытых кляксами, равна либо 18–13=5, либо 27–13=14.

Заметим, что если одна цифра отличается от другой ровно в 2 раза, то сумма этих цифр кратна 3. Действительно, если меньшая цифра – это x, тогда большая цифра – 2x, а сумма этих цифр равна 3x, то есть делится на 3.

Числа 5 и 14 не делятся на 3, значит, скрытые кляксами цифры не могут отличаться в 2 раза. Значит, эти цифры равны. Но тогда их сумма четна и не может быть равна 5. Значит, сумма скрытых цифр равна 14, а каждая из них равна 14:2=7. Единственный вариант числа, которое мог записать Иван, – это 93717. То есть за кляксами скрыты цифры 7 и 7.

Ответ: 93717 (7 и 7).

5. Решение.

Пусть к двузначному числу $\overline{ab}$ справа приписали число $\overline{ba}$, получилось число $\overline{abba}$.

Знакопеременная сумма цифр числа $\overline{abba}$ равна $a–b+b–a=0$, а значит, делится на 11 (так как 0 делится на любое натуральное число, в том числе и на 11). Значит, и число $\overline{abba}$ делится на 11 (по признаку делимости на 11). Ксюша права.

Ответ: права.

6. Решение.

Если в круге будут стоять подряд три одинаковых числа, то их сумма будет делиться на 3. Если в круге будут стоять подряд три различных числа 1, 2 и 3, то их сумма, равная 6, тоже будет делиться на 3. Значит, цифры нужно расставить так, чтобы среди любых трех подряд идущих цифр не было ни трех одинаковых, ни трех различных. Например, так: 2 2 3 3 1 3 1 1 2 1.

Ответ: например, **2 2 3 3 1 3 1 1 2 1**.

7. Решение.

Число ДОНЕЕНОД делится на 11. Действительно, сумма цифр на нечетных местах равна Д+Н+Е+О. Сумма цифр на четных местах равна О+Е+Н+Д. Разность этих сумм равна 0, значит, делится на 11. По признаку делимости на 11, зашифрованное число делится на 11. И значит, это число не является простым.

Число НЕДОГРУЗКА составлено из 10 разных цифр. Значит, сумма цифр в этом числе равна 45, а 45 делится на 3 и на 9. Значит, само зашифрованное число делится на 3 и на 9 и не является простым.

Ира права.

Ответ: Ира права.

8. Решение.

Так как в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ 10 различных букв, то после замены их цифрами в полученном числе будут присутствовать все 10 цифр. Кроме того, буква Е повторяется 4 раза, значит, в числе какая-то цифра будет повторяться 4 раза.

Найдем сумму цифр этого числа. Она равна сумме цифр от 0 до 9 и еще трех одинаковых цифр. Сумма цифр от 0 до 9 равна 45, значит, она делится на 3. Сумма любых трех одинаковых цифр тоже делится на 3. Значит, сумма всех цифр числа будет делиться на 3. По признаку делимости на 3, это значит, что само число делится на 3, а значит, оно не является простым. Землетрясения не произойдет.

Ответ: невозможно.

Домашнее задание 2. (*Сдается письменно на отдельном листе)*

1. Решение.

Чтобы число делилось на 36, оно должно делиться на 4 и на 9 (4 и 9 – взаимно простые).

Чтобы число делилось на 4, оно должно быть хотя бы четным. Значит, последнюю цифру 9 нужно вычеркнуть. Получим число 6543278. Число делится на 4 тогда и только тогда, когда двузначное число, образованное двумя его последними цифрами, делится на 4. Число 6543278 заканчивается на 78 и не делится на 4. Нужно вычеркнуть еще хотя бы цифру 7, чтобы число делилось на 4. Получим число 654328.

Чтобы число делилось на 9, нужно, чтобы сумма его цифр делилась на 9. После вычеркивания цифр 9 и 7 сумма оставшихся цифр равна 6+5+4+3+2+8=28. Значит, нужно вычеркнуть еще цифры, сумма которых равна 1 (таких цифр в числе нет), 10 или 19. Чтобы уменьшить сумму цифр числа на 10, нужно вычеркнуть хотя бы 2 цифры (так как сумма одной цифры не больше 9). Чтобы уменьшить сумму цифр числа на 19, нужно вычеркнуть хотя бы 3 цифры (так как сумма двух цифр не больше 18). Значит, нужно вычеркнуть из числа еще, как минимум, 2 цифры.

Вычеркнем из числа 654328 цифры 6 и 4, сумма которых равна 10. Получим число 5328, которое делится на 4 и на 9, а значит, на 36. При этом вычеркнуто наименьшее количество цифр, которое возможно.

Ответ: 5328.