

Занятие номер	Класс	Тема
4	6 база	Метод Гаусса.

### 1. Решение.

- a.  $1+2+3+\dots+400 = (1+400)*400:2=401*200=80200$ .
- b.  $15+16+17+\dots+115 = (15+115)*101:2=130*101:2=65*101=6565$ .
- c.  $1+3+5+7+9+\dots+199 = (1+199)*100:2=200*50=10000$ .
- d.  $50+65+80+\dots+485 = (50+485)*31:2=535*30:2=8025$ .
- e.  $7+10+13+16+\dots+103 = (7+103)*33:2=110*33:2=1815$ .

**Ответ:** см. решение.

### 2. Решение.

Мишина сумма равна  $0+2+4+\dots+150 = (0+150)*76:2 = 150*76:2 = 5700$ .

Петина сумма равна  $1+3+5+\dots+149 = (1+149)*75:2 = 150*75:2 = 5625$ .

Мишина сумма больше на 75.

**Ответ:** у Миши, на 75.

### 3. Решение.

a) Нужно найти сумму чисел 12, 16, 20, ..., 92, 96.

$$12+16+20+\dots+92+96=(12+96)*22:2=108*11=1188$$

б) Нужно найти сумму чисел 14, 21, 28, ..., 91, 98.

$$14+21+28+\dots+91+98=(14+98)*13:2=112*13:2=56*13=728$$

в) Нужно найти сумму чисел 108, 135, 162, ..., 972, 999.

$$108+135+162+\dots+972+999=(108+999)*34:2=1107*17=18819$$

**Ответ:** а) 1188, б) 728, в) 18819.

### 4. Решение.

Сумма цифр числа делится на 3 тогда и только тогда, когда число делится на 3.

Значит, нужно найти сумму всех чисел от 1 до 2021, которые делятся на 3.

$$3+6+9+\dots+2016+2019=(3+2019)*673:2=2022*673:2=1011*673=680403$$

**Ответ:** 680403.

### 5. Решение.

С 1 июня по 31 августа – всего  $30+31+31=92$  дня. В первый и последний дни лета Гоша решит по 0 примеров. В остальные дни – 1, 2, 3, ..., 90 примеров.

Всего за лето Гоша решит  $1+2+3+\dots+90=(1+90)*90:2=91*90:2=4095$  примеров.

**Ответ:** 4095 примеров.

## 6. Решение.

Сгруппируем слагаемые так:

$$500-497+494-491+\dots-17+14-11+8-5+2=(500-497)+(494-491)+\dots+(14-11)+(8-5)+2.$$

Как видим, искомая сумма представляет собой сумму некоторого количества скобок, в каждой из которых разность равна 3, и числа 2.

Количество скобок равно половине количества чисел в последовательности 5, 8, 11, 14, ..., 497, 500. Быстрый способ подсчитать количество этих чисел – представить их в виде точек на числовой прямой. От 5 до 500 – отрезок длины 495, этот отрезок разбит промежуточными точками на части длины 3. Таких частей в отрезке содержится  $495:3=165$ . Промежутков между каждыми двумя соседними точками 165, значит самих точек на 1 больше, то есть 166. Это и будет количество чисел в последовательности 5, 8, 11, 14, ..., 497, 500.

Значит, количество скобок в искомой сумме равно  $166:2=83$ .

Значит, искомая сумма равна  $3*83+2=251$ .

**Ответ:** 251.

## 7. Решение.

Заметим, что сумма Васиных чисел равна сумме чисел от 1 до 217 и еще плюс 3 (так как вместо 216 написано 219, а остальные «неправильные» числа, хоть и в другом порядке, но встречаются все).

Сумма чисел от 1 до 217 равна  $(1+217)*217:2=23\ 653$ . Значит, Васина сумма равна  $23\ 653+3=23\ 656$ .

**Ответ:** 23 656.

## 8. Решение.

Шахматная доска состоит из  $8*8=64$  клеток.

Минимальное количество зерен, которое можно положить на клетку, – 0. Чтобы количество зерен на клетках было разным, нужно, чтобы в каждой следующей клетке было хотя бы на 1 зерно больше, чем в предыдущей. В этом случае наименьшая возможная сумма зерен на всех клетках равна сумме целых чисел от 0 до 63, или, что то же самое, от 1 до 63. Это и будет номер года, о котором говорил мудрец, так как этот год «наконец настал», то есть раньше такого года не было.

Посчитаем эту сумму. Обозначим ее S:  $S=1+2+\dots+62+63$ .

Напрямую складывать числа достаточно трудоемко. Используем такой прием: запишем под выражением суммы сумму тех же слагаемых в обратном порядке:

$$S=1+2+\dots+62+63$$

$$S=63+62+\dots+2+1$$

Теперь сложим левые и правые части этих равенств:

$$S+S=(1+63)+(2+62)+\dots+(62+2)+(63+1).$$

Заметим, что в каждой скобке сумма чисел равна 64, а всего таких скобок 63.

Таким образом,  $2*S=(63+1)*63$ . Тогда  $S=(63+1)*63:2=2016$ .

**Ответ:** 2016 год.

## 9. Решение.

**1 способ.**

$$1+2-3+4+5-6+\dots+97+98-99+100 = (1+2-3)+(4+5-6)+\dots+(97+98-99)+100 = 0+3+\dots+96+100 = (96+0)*33:2 + 100 = 1584 + 100 = 1684.$$

**2 способ.**

$$\text{Пусть } S_1=1+2+3+\dots+99+100 = (1+100)*100:2=5050.$$

$$\text{Пусть } S_2=3+6+9+\dots+99 = (3+99)*33:2=1683.$$

Тогда искомое значение выражения равно  $S_1-2*S_2=5050-2*1683=1684$ .

**Ответ:** 1684.

**10. Решение.**

Первый слева ребёнок отдал 9 орехов, то есть у него стало на 9 орехов меньше, второй ребёнок отдал 8 орехов, а получил 1, то есть у него стало на 7 орехов меньше. Продолжая аналогичные рассуждения, заметим, что у первых пяти детей стало меньше на 9, 7, 5, 3 и 1 орехов соответственно, а у следующих пяти – больше на 1, 3, 5, 7 и 9 орехов соответственно. Так как  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$ , то девочками могли быть только последние пять детей.

**Ответ:** 5 девочек.

**11. Решение.**

Сначала маляр сделал один шаг, потом – два шага, потом – три, и так далее. Перед тем, как покрасить число 100, окрасил число -99, значит, ему пришлось сделать 199 шагов. К этому моменту он сделает  $1+2+3+\dots+198+199 = (1+199)*199:2=19900$  шагов.

**Ответ:** 19900 шагов.

**Домашнее задание 4.****Решение.**

Женя написал такие числа: 2, 6, 10, 14, 18, 22, ..., 94, 98, 102. Всего  $(102-2):4+1=26$  чисел. Ира стерла каждое второе число. Значит, Ира стерла ровно половину чисел: 2-е, 4-е, ..., 26-е по счету.

Сумма оставшихся чисел равна  $2+10+18+\dots+98=(2+98)*13:2=650$ .

**Ответ:** 650.