Занятие номер	Класс	Тема
4	6 профи	Принцип Дирихле. Часть 1.

1. Доказательство.

а) Предположим, что это не так: не найдется автобус, в котором больше 29 пассажиров, то есть в каждом автобусе не больше 29 пассажиров. Тогда в 16 автобусах не больше 29*16=464 пассажиров. Это противоречит условию, что пассажиров было 470. Значит, предположение неверно, и всегда найдется автобус, в котором больше 29 пассажиров.

а) Предположим, что это не так: не найдется автобус, в котором меньше 30 пассажиров, то есть в каждом автобусе не меньше 30 пассажиров. Тогда в 16 автобусах не меньше 30*16=480 пассажиров. Это противоречит условию, что пассажиров было 470. Значит, предположение неверно, и всегда найдется автобус, в котором меньше 30 пассажиров.

Доказано.

2. Доказательство.

Предположим, что это не так: не найдется поэт, которому принадлежит не менее 17 стихов из этой хрестоматии, то есть каждому поэту принадлежит менее 17 (значит, не более 16) стихов. Тогда, так как поэтов трое, то в хрестоматии не более 16*3=48 стихов. Это противоречит условию, что стихов в хрестоматии 50. Значит, предположение неверно, и всегда найдется поэт, которому принадлежит не менее 17 стихов из этой хрестоматии.

Доказано.

3. Решение.

а) Предположим, что это не так: не найдутся 4 ребенка одинакового возраста, то есть детей каждого возраста не более 3. Тогда, так как вариантов возрастов всего 5 (3 года, 4 года, 5 лет, 6 лет, 7 лет), то детей в песочнице не более 5*3=15. Это противоречит тому, что их 20. Значит, предположение неверно, и найдутся четыре ребенка одинакового возраста.

б) Нет, не обязательно. Например, если в песочнице гуляют ровно по 4 ребенка каждого из 5 возрастов, то всего их 4*5=20, но при этом нет пяти детей одного возраста.

Ответ: а) доказано, б) не обязательно.

4. Решение.

Наибольшее количество дней в году – 366.

366*2=732 детей недостаточно, так как может оказаться, что в каждый день года день рождения ровно у двоих детей, и ни в какой день года – у троих. Значит, нужно не менее 733 детей.

733 ребенка достаточно, так как среди любых 733 детей найдется трое, отмечающих день рождения в один и тот же день. Действительно, если это не так, то детей в школе не более 366*2=732, что противоречит тому, что их 733.

Ответ: 733.

6 профи. Принцип Дирихе. Часть 2.

1. **Доказательство.**

Пусть в компании n человек.

Предположим, что это не так: у всех людей в компании разное количество друзей в этой компании. Так как в компании всего n человек, а сам себе человек другом не является, то у каждого человека в компании не более n-1 друзей. Но если у кого-то из людей в компании n-1 друзей, то он дружит со всеми остальными, а значит, нет человека, у которого 0 друзей (так как он тоже дружит с тем, у кого n-1 друзей). Если же у кого-то из людей в компании 0 друзей, то нет человека, у которого n-1 друзей. Таким образом, получаем n-1 разных возможных количеств друзей: от 0 до n-2 или от 1 до n-1. Если количество друзей у всех людей в компании разное, то в компании не более n-1 людей, а это противоречит тому, что их n. Значит, предположение неверно, и в компании из n человек найдутся двое, у которых одинаковое количество друзей в этой компании.

Доказано.

2. **Доказательство.**

Предположим, что это не так: среди 82 людей нельзя выбрать ни 10 людей разного возраста, ни 10 ровесников. Тогда среди всех людей есть не более 9 людей разных возрастов и не более чем по 9 людей каждого из возрастов. Значит, всего людей не более 9*9=81, что противоречит условию задачи. Значит, предположение неверно, и среди 82 людей всегда можно выбрать 10 людей разного возраста или 10 ровесников.

Доказано.

3. **Решение.**

Наименьшее количество кубиков для этого равно 14*9+1=127.

Действительно, среди 127 кубиков найдутся 15 разноцветных или 10 кубиков одного цвета. Докажем это. Предположим, что это не так: среди 127 кубиков есть не более 14 разных цветов и не более 9 кубиков каждого цвета. Тогда всего кубиков не более 14*9=126. Это противоречит тому, что кубиков 127. Значит, предположение неверно, и среди 127 кубиков найдутся 15 разноцветных или 10 одного цвета.

Докажем, что 127 – это наименьшее количество кубиков, для которого выполняется условие задачи. Действительно, если кубиков хотя бы 126, то может оказаться так, что все они 14 разных цветов, и кубиков каждого цвета по 9 (а всего кубиков 14*9=126). В этом случае не найдется ни 15 разноцветных кубиков, ни 10 кубиков одного цвета.

Ответ: 127 кубиков.

4. **Доказательство.**

Предположим, что это не так: никто из 17 детей не съел количество конфет, делящееся на 5. Тогда, так как каждый съел хотя бы 1 конфету, всем досталось разное количество конфет, и никто не съел делящееся на 5 количество конфет, то наименьшее общее количество съеденных конфет равно:

1+2+3+4+6+7+8+9+11+12+13+14+16+17+18+19+21=181.

Получили противоречие с условием задачи, так как по условию дети съели 180 конфет. Значит, предположение неверно, и кто-то из детей съел делящееся на 5 количество конфет.

Доказано.