

Занятие номер	Класс	Тема
5	5 профи	Принцип Дирихле.

### 1. Решение.

а) Это верно. Предположим, что это не так, то есть все люди в компании родились в разные дни недели. Так как дней недели всего 7, то в этой компании не более 7 человек. Это противоречит условию задачи. Значит, предположение неверно, и в компании из 17 человек всегда найдутся двое, родившиеся в один день недели.

б) Это верно. Предположим, что это не так, то есть в каждый день недели родилось не более 2 людей из компании. Так как дней недели всего 7, то в этой компании не более  $2 \cdot 7 = 14$  человек. Это противоречит условию задачи. Значит, предположение неверно, и в компании из 17 человек всегда найдутся трое, родившиеся в один день недели.

в) Это неверно. Например, в компании из 17 человек в каждый будний день родилось по 3 человека, а в субботу и воскресенье – по 1 человеку. В этом случае ни в один день недели не родилось четверо или больше людей.

**Ответ:** а) верно, б) верно, в) неверно.

### 2. Решение.

б) Предположим, что каждый день а) Предположим, что каждый день Ксюша получала менее 4 пятерок (то есть 3 или меньше). Тогда за 5 дней она получила не более  $3 \cdot 5 = 15$  пятерок. Это противоречит условию задачи о том, что Ксюша получила 18 пятерок. Значит, предположение неверно, и обязательно найдется день, в который она получила не менее 4 пятерок.

Ксюша получала более 3 пятерок (то есть 4 или больше). Тогда за 5 дней она получила не менее  $4 \cdot 5 = 20$  пятерок. Это противоречит условию задачи о том, что Ксюша получила 18 пятерок. Значит, предположение неверно, и обязательно найдется день, в который она получила не более 3 пятерок.

**Ответ:** а) да, б) да.

### 3. Доказательство.

Предположим, что это не так, то есть из каждого города приехало не более 22 школьников. Тогда всего на олимпиаду приехало не более  $22 \cdot 15 = 330$  школьников. Это противоречит условию задачи. Значит, предположение неверно, и найдётся город, из которого приехало более 22 школьников.

**Доказано.**

### 4. Доказательство.

Не считая Колю, в классе 29 учеников. Вариантов количества друзей у всех них (Колю не считаем) всего 13 (от 0 до 12).

Предположим, что каждый вариант количества друзей оказался не более, чем у двух учеников. Тогда всего учеников в классе (кроме Коли) не более  $13 \cdot 2 = 26$ , а их 29. Значит, предположение неверно, и, по крайней мере, у трех учеников в классе поровну друзей.

**Доказано.**

#### **5. Доказательство.**

Предположим, что это не так, то есть во всех 15 корзинах разное количество груш. Тогда всего в корзинах не менее  $0+1+2+\dots+13+14=105$  груш. Это противоречит условию задачи. Значит, предположение неверно, и найдутся две корзины, в которых груш поровну.

**Доказано.**