

Занятие номер	Класс	Тема
4	4 профи	Рыцари и лжецы. Часть 1.

1. Решение.

Заметим, что ни рыцарь, ни лжец не может назвать себя лжецом. Действительно, рыцарь не может себя назвать лжецом, так как в этом случае он солжет. Лжец тоже не может назвать себя лжецом, так как в этом случае он скажет правду.

Таким образом, утверждение жителя, что второй житель назвался лжецом, - это ложь. Значит, первый житель – лжец.

Ответ: лжец.

2. Решение.

Если два человека сделали одно и то же утверждение, то они либо оба лжецы, либо оба рыцари.

На острове не могут быть только рыцари и 0 лжецов, так как в этом случае рыцари, заявившие, что на острове нечётное число лжецов, солгут.

На острове не могут быть только лжецы, а рыцарей 0, так как в этом случае лжецы, заявившие, что на острове чётное число рыцарей, скажут правду.

Значит, либо все рыцари сделали первое утверждение, а все лжецы второе, либо наоборот. В первом случае и рыцарей, и лжецов чётное число, а во втором и тех, и других – нечётное число. А общее число жителей в обоих случаях чётно.

Ответ: чётно.

3. Решение.

Предположим, что первый абориген – рыцарь. Тогда, по его утверждению, остальные двое – лжецы. При этом второй абориген говорит правду («Среди моих спутников один рыцарь»), значит, лжецом быть не может. Получили противоречие. Значит, предположение неверно, и *первый абориген – лжец*. И, поскольку его утверждение ложно, среди второго и третьего есть хотя бы один рыцарь.

Предположим, что *второй абориген – рыцарь*. Тогда, по его утверждению, среди его спутников один рыцарь и один лжец (как мы выяснили, первый). Значит, в этом случае *третий абориген – рыцарь*. И эта ситуация не противоречит утверждению первого аборигена, значит, возможна.

Предположим, что второй абориген – лжец. Тогда его утверждение «Один» ложно. Значит, среди его спутников либо 2 рыцаря (чего быть не может, так как первый – лжец), либо 0 рыцарей. В этом случае получается, что все трое – лжецы, но тогда первый абориген говорит правду («Ни одного»), а это невозможно. Получили противоречие. Значит, второй абориген лжецом быть не может.

Мы рассмотрели все возможные случаи и получили единственную ситуацию, которая не противоречит утверждениям аборигенов: первый – лжец, второй и третий – рыцари.

Значит, среди спутников третьего аборигена есть один рыцарь и один лжец, и его ответ был «Один».

Ответ: «Один».

4. Решение.

Рассмотрим четыре варианта пар жителей: РР, ЛЛ, РЛ, ЛР. Пусть путешественник задавал вопрос первому из них.

Тогда в паре РР ответ был бы «Да», в паре ЛЛ ответ был бы «Да», в паре РЛ ответ был бы «Да», в паре ЛР ответ был бы «Нет». Таким образом, только в случае пары ЛР можно однозначно определить, кто есть кто.

Ответ: вопрос был задан лжецу, второй островитянин – рыцарь.

5. Решение.

Так как про 4-й этаж никто не сказал «Да», то на нем живут только лжецы. Действительно, если бы на 4-м этаже жил хотя бы 1 рыцарь, то на вопрос о проживании на этом этаже был бы хотя бы один ответ «Да».

Кроме того, ВСЕ лжецы живут на 4-м этаже. Действительно, если бы нашелся лжец, живущий не на 4-м этаже, то на вопрос о проживании на 4-м этаже он бы ответил «Да».

Таким образом, все лжецы живут на 4-м этаже, а на остальных этажах живут рыцари. Тогда на вопросы о проживании на 1-м, 2-м и 3-м этажах рыцари отвечали «Да» только в случае своего этажа, а лжецы отвечали «Да» во всех трех случаях.

Значит, сложив все ответы «Да», мы по разу учтем ответы рыцарей и трижды (то есть два лишних раза) учтем ответы лжецов. Всего жителей острова 100, ответов «Да» было дано $40+30+50=120$. Лишние 20 ответов – это лишние два раза посчитанные ответы лжецов. Значит, лжецов на острове $20:2=10$.

Поскольку лжецов 10, то они 10 раз отвечали «Да» на вопрос о первом этаже, 10 раз – на вопрос о втором этаже и 10 раз – на вопрос о третьем этаже. А остальные ответы – это ответы рыцарей.

На вопрос о проживании на первом этаже «Да» ответили 40 человек, из них 10 раз ответили лжецы. Значит, 30 ответов – это ответы рыцарей. Так как рыцари говорят правду, то на первом этаже живут 30 человек.

Ответ: 30 человек.

6. Решение.

Согласно утверждению каждого рыцаря, среди остальных 100 депутатов (кроме него) большинство лжецы, то есть среди остальных не менее 51 лжеца и не более 49 рыцарей. А значит, всего в парламенте не менее 51 лжеца и не более 50 рыцарей.

Согласно утверждению каждого лжеца (учитывая, что он лжет), среди остальных 100 депутатов (кроме него) лжецов не более половины, то есть среди оставшихся не более 50 лжецов и не менее 50 рыцарей. А значит, всего в парламенте не более 51 лжеца и не менее 50 рыцарей.

Таким образом, получаем, что в парламенте ровно 51 лжец и 50 рыцарей.

Ответ: 51 лжец и 50 рыцарей.

7. Решение.

Фразу «Здесь нет ни одного рыцаря» не мог сказать рыцарь. Значит, первый человек – лжец.

Заметим, что если второй человек сказал правду, то правдой являются и утверждения следующих за ним людей, так как если рыцарей не более 1, то их и не более 2, не более 3, ..., не более 9. Значит, если второй рыцарь, то всего рыцарей 9. Но тогда второй говорит неправду, чего рыцарь делать не может. Значит, второй – лжец.

Аналогично, если третий рыцарь, то рыцари все следующие за ним, и всего рыцарей 8. Но тогда третий говорит неправду, чего рыцарь делать не может. Значит, третий – лжец.

Рассуждая аналогично, приходим к выводу, что четвертый и пятый – лжецы.

Если шестой рыцарь, то рыцарей всего 5. И это не противоречит утверждению шестого и следующих за ним людей. Если же шестой лжец, то, судя по его утверждению, рыцарей более 5. Но при этом лжецами являются все люди с первого до шестого (6 человек), поэтому в этом случае рыцарей не более $10-6=4$. Значит, шестой лжецом быть не может.

Таким образом, последовательно рассмотрев жителей с первого до шестого, мы пришли к выводу, что с первого до пятого – лжецы, с шестого до десятого – рыцари.

Заметим, что рассмотрение с седьмого до десятого людей не требуется, так как, рассмотрев шестого, мы уже пришли к единственному выводу относительно последующих людей.

Ответ: 5 рыцарей.

Домашнее задание 4. (сдается письменно в тетради)

1. Решение.

Первый абориген не может быть рыцарем, так как рыцарь не может сказать: «Все мы лжецы». Значит, первый – лжец. И это значит, поскольку его утверждение ложно, то не все аборигены – лжецы, найдется хотя бы один рыцарь.

Предположим, что второй абориген – рыцарь. Тогда, по его утверждению, среди них всего один лжец (и это первый абориген, как мы выяснили), а остальные трое – рыцари. Но третий абориген утверждает, что лжецов среди них двое, значит, он лжец. Получили противоречие. Значит, предположение неверно, и второй абориген – не рыцарь, а лжец.

Предположим, что третий абориген – рыцарь. Тогда, по его утверждению, среди них два лжеца (как мы выяснили, первый и второй), а третий и четвертый – рыцари. Это не противоречит утверждениям остальных аборигенов, значит, такое возможно.

Предположим теперь, что третий абориген – лжец. Тогда четвертый абориген должен быть рыцарем. Иначе, если все четверо лжецы, то первый абориген говорит правду, а это невозможно, так как первый – лжец. Ситуация, когда первый, второй и третий – лжецы, а четвертый – рыцарь, не противоречит утверждениям аборигенов, значит, она возможна.

Таким образом, мы получили две возможные ситуации, которые не противоречат условиям задачи:

- 1) Первый и второй – лжецы, третий и четвертый – рыцари,
- 2) Первый, второй и третий – лжецы, четвертый – рыцарь.

В обеих ситуациях четвертый абориген является рыцарем.

Ответ: рыцарем.

2. Решение.

Если Агр рыцарь, то все остальные лжецы. Так как Агр говорит правду, то яблоко съел Бгр. Но тогда Бгр лжет, а Вгр и Ггр говорят правду, а лжецы говорить правду не могут. Значит, Агр – лжец.

Если Бгр рыцарь, то все остальные лжецы. Так как Бгр говорит правду, то яблоко съел Вгр. Но тогда Агр и Вгр лгут, а Ггр говорит правду, а лжец говорить правду не может. Значит, Бгр – лжец.

Если Вгр рыцарь, то все остальные лжецы. Так как Вгр говорит правду, то Бгр лжет, и это не противоречит тому, что он лжец. Так как Агр лжец, то яблоко съел не Бгр. Так как Ггр лжец, то яблоко съел он. Это непротиворечивая ситуация.

Если Ггр рыцарь, то все остальные лжецы, тогда Вгр говорит правду про Бгра, а лжец говорить правду не может. Значит, Ггр – лжец.

Таким образом, мы получили, что рыцарем может быть только Вгр, и тогда яблоко съел Ггр.

Ответ: Вгр рыцарь, Ггр съел яблоко.

