| Занятие номер | Класс | Тема |
|---|---|---|
| 3 | 4 профи | Чередования. Часть 1. |

1. **Решение.**

Так как в ряду натуральных чисел нечетные и четные числа чередуются, то в любой части этого ряда четных и нечетных чисел либо поровну (все числа можно разбить на пары из четного и нечетного), либо одних на 1 больше, чем других (все числа можно разбить на пары из четного и нечетного, и еще 1 число останется без пары).

Если среди выписанных подряд натуральных чисел оказалось 25 четных, то нечетных может быть 25, 24 или 26.

**Ответ:** 24, 25 или 26.

2. **Доказательство.**

Предположим, что не найдутся два соседних куста, на которых сумма колокольчиков четна. То есть на любых двух соседних кустах сумма колокольчиков нечетна. Это значит, что в любой паре соседних кустов на одном кусте четное количество колокольчиков, а на другом – нечетное. Это, в свою очередь, означает, что кусты с четным и нечетным количеством колокольчиков чередуются. Так как кусты расположены по кругу и кусты с четным и нечетным количеством колокольчиков чередуются, то кустов с четным количеством колокольчиков в круге столько же, сколько кустов с нечетным количеством колокольчиков. Значит, общее количество кустов четно. Это противоречит тому, что их 19.

Значит, предположение неверно, и найдутся два соседних куста, на которых сумма колокольчиков четна.

**Доказано.**

3. **Решение.**

Так как количество ягод на соседних кустах отличается на 1, то в ряду кусты с четным и нечетным количеством ягод чередуются. Разобьем все кусты на 4 пары: 1-й и 2-й, 3-й и 4-й и так далее. В каждой паре будет куст с четным и куст с нечетным количеством ягод. Значит, сумма ягод в каждой паре нечетна. Тогда общее количество ягод на всех кустах в ряду – это сумма четырех нечетных чисел. Сумма четырех нечетных чисел четна и не может быть равна 2019, так как 2019 нечетное число.

**Ответ:** не может.

4. **Решение.**

В ряду имен Ани и ее отражений чередуются Аня и Яна:

Аня, Яна, Аня-2, Яна-2, Аня-3, Яна-3…

Каждое нечетное по счету имя – Аня, каждое четное – Яна. Таким образом, 1001-ю девочку зовут Аня.

Вычислим ее номер. Все имена можно разбить на пары Аня-Яна. В первой паре это будут Аня и Яна, во второй – Аня-2 и Яна-2, в третьей – Аня-3 и Яна-3 и так далее.

1000 девочек – это 1000:2=500 пар. Значит, 999-я и 1000-я девочки – это 500-я пара Аня-500 и Яна-500.

Следующая пара – Аня-501 и Яна-501 – это 1001-я и 1002-я девочки. Таким образом, 1001-ю девочку зовут Аня-501.

**Ответ:** Аня-501.

**5. Решение.**

Предположим, что оба соседа Лизы – девочки. Тогда у каждой из этих соседок с одной стороны сидит Лиза, с другой – по условию задачи, тоже девочка. У этих девочек тоже одна соседка девочка, значит, и вторая – девочка, и так далее. Таким образом, если предположить, что оба соседа Лизы – девочки, то весь круг состоит из девочек. Но, по условию задачи, в круге есть и мальчики.

Значит, оба соседа Лизы – мальчики. Тогда у каждого из этих мальчиков одна соседка – это Лиза, вторая – тоже девочка. У этих девочек один сосед – мальчик, значит, второй тоже мальчик, и так далее. Получаем, что девочки и мальчики в круге чередуются. Значит, в круге девочек и мальчиков поровну. Если мальчиков в круге 7, то девочек (включая Лизу) тоже 7. Значит, среди Лизиных друзей всего 6 девочек.

**Ответ:** 6 девочек.

**6. Решение.**

Среди чисел от 1 до 9 есть 5 нечетных и 4 четных числа, среди чисел от 13 до 19 есть 4 нечетных и 3 четных числа. Всего у Миши есть 5+4=9 карточек с нечетными числами и 4+3=7 карточек с четными числами.

Допустим, Миша смог расположить карточки по кругу так, что сумма любых двух соседних чисел не делится на 2, то есть нечетна. Это значит, что среди любых двух соседних чисел есть 1 четное и 1 нечетное. Это, в свою очередь, означает, что четные и нечетные числа в круге чередуются. Тогда четных чисел в круге столько же, сколько нечетных. Это противоречит тому, что четных чисел 7, а нечетных 9.

Значит, предположение неверно, и Миша не сможет выложить карточки указанным образом.

**Ответ:** не сможет.

## *Домашнее задание 3.*

1. **Решение.**

Заметим, что прибавление или вычитание 1 «превращает» четное число в нечетное, а нечетное в четное, то есть эта операция меняет четность числа.

Если учитель написал число 20 (четное число), то первый школьник получит нечетный результат, второй – четный, третий – нечетный, четвертый – четный и так далее. Каждый нечетный по счету школьник получает в результате нечетное число, каждый четный – четное. Значит, после хода 27-го школьника получится нечетное число. Таким образом, число 10 в результате получиться не может, так как оно четное.

Но и число 51 получиться не может. Действительно, чтобы получить из числа 20 число 51, нужно его увеличить на 31. Так как школьников всего 27 и каждый школьник увеличивает число не более чем на 1, то написанное учителем число 20 может быть увеличено не более чем на 27. Таким образом, нельзя получить число больше чем 20+27=47.

**Ответ:** не может в обоих случаях.

2. **Решение.**

В последовательности пересечений границы любой страны чередуются *пересечение ИЗ страны* и *пересечение В страну*.

Если Миша живет в России и начал свое путешествие ИЗ России, то 1-е и 15-е пересечение границы было ИЗ России, а значит, он не мог в нее вернуться после 15-ти пересечений границы (а в задаче сказано, что он вернулся).

Если Миша живет в другой стране и начал путешествие из другой страны, то 1-е и 15-е пересечение границы было В Россию, а значит, он не мог вернуться в страну, откуда начал путешествие, после 15-ти пересечений границы, а остался в России.

Таким образом, Миша говорит неправду.

**Ответ:** Мише нельзя верить.