

Занятие номер	Класс	Тема
4	4 профи	Чередования. Часть 2.

1. Решение.

Если Боря сыграл 21 партию, то максимум 10 из них – с Сашей. Значит, *не менее* $21-10=11$ партий Боря сыграл с Игорем. С другой стороны партии Бори с Игорем чередуются с партиями, в которых участвует Саша (так как Боря и Игорь не могут играть две партии подряд, значит, одного из них в следующей партии сменяет Саша). А так как партий, в которых участвовал Саша, всего 10, то партий Бори с Игорем – *не более* 11. Значит, Боря с Игорем сыграли *ровно* 11 партий.

Так как с Игорем Боря сыграл ровно 11 партий, то с Сашей он сыграл ровно 10 партий. Это значит, что все партии Саши были с Борей, а с Игорем он не играл. Значит, Игорь сыграл всего 11 партий.

Ответ: 11 партий.

2. Решение.

Стартовые номера Саши, Бори и Васи – 1, 2 и 3 соответственно.

Заметим, что когда один из бегунов меняется местами с другим бегуном, то их номера в ряду бегунов меняются на соседние. Следовательно, если два участника во время бега поменялись местами, то поменялась четность их номеров в ряду.

Так как Вася сначала был номер 3 (нечетный), а затем 6 (четное количество) раз менял четность своего номера, то он финишировал с нечетным номером, то есть 1-м или 3-м.

Так как Саша сначала был номер 1 (нечетный), а затем 5 (нечетное количество) раз менял четность своего номера, то он финишировал с четным номером, то есть 2-м.

Так как Боря финишировал раньше Саши, то Боря финишировал 1-м. Значит, Вася – 3-м.

Ответ: 1 - Боря, 2 - Саша, 3 - Вася.

3. Доказательство.

Среди чисел от 2 до 18 есть 9 четных чисел и 8 нечетных. Значит, среди двух наборов чисел от 2 до 18 есть 18 четных и 16 нечетных.

Предположим, что произведение сумм чисел на карточках нечетно. Тогда сумма чисел на каждой карточке нечетна. Это значит, что на каждой карточке написано четное и нечетное число. Если на каждой карточке написано четное и нечетное число, то на всех карточках четных и нечетных чисел написано поровну. Это противоречит тому, что четных чисел написано 18, а нечетных 16.

Значит, наше предположение неверно, и произведение сумм чисел всех карточек четно.

Доказано.