

Занятие номер	Класс	Тема	Дата
2	4 профи	Четность. Часть 2.	17.09.2022

1. Решение.

Если сумма 14 целых чисел нечетна, то среди них есть нечетное количество нечетных чисел. Это значит, что количество оставшихся четных чисел тоже нечетное (так как $14 - N = N$, где N – нечетное число). Так как количество четных чисел нечетно, то оно не может быть равно 0, значит, хотя бы 1 четное число среди этих 14 чисел есть. Тогда произведение этого четного числа и любых других 13 чисел будет четным.

Ответ: не может.

2. Решение.

а) Предположим, существуют числа a , b и c такие, что

$$\begin{aligned} a+b &= 97, \\ a+c &= 98, \\ b+c &= 99. \end{aligned}$$

Сложим эти три равенства, получим:

$$\begin{aligned} a+b+a+c+b+c &= 97+98+99, \\ \text{или } 2(a+b+c) &= 294, \\ \text{откуда получаем, что } a+b+c &= 147. \end{aligned}$$

Если $a+b+c=147$, $a+b=97$, то $c=50$. Если $a+b+c=147$, $a+c=98$, то $b=49$. Если $a+b+c=147$, $b+c=99$, то $a=48$.

Таким образом, мы нашли три числа, попарные суммы которых равны 97, 98 и 99.

б) Предположим, существуют числа a , b и c такие, что

$$\begin{aligned} a+b &= 98, \\ a+c &= 99, \\ b+c &= 100. \end{aligned}$$

Так как сумма a и b – четное число, то числа a и b одной четности (либо оба четные, либо оба нечетные).

Так как сумма b и c – четное число, то числа b и c одной четности (либо оба четные, либо оба нечетные).

Таким образом, из 1-го и 3-го равенств следует, что числа a , b и c одной четности. Но тогда $a+c$ – это четное число и не может равняться 99. Получили противоречие. Значит, таких чисел не существует.

Ответ: а) да (48, 49, 50), б) нет.

3. Решение.

Так как в результате последней операции получилось 5, то есть нечетное число, то перемножали только нечетные цифры. То есть предпоследнее число состояло только из нечетных цифр. Нечетной была, в том числе, и последняя цифра, значит, предпоследнее число было нечетным. Так как предпоследнее число – это результат перемножения цифр предыдущего числа, и этот результат нечетный, то предыдущее число также состояло только из нечетных цифр, значит, было нечетным.

Продолжая рассуждать таким же образом, приходим к выводу, что все числа, получившиеся при каждой операции перемножения цифр, были нечетными. Значит, и первое полученное число, которое является произведением цифр исходного числа, было нечетным. Так как произведение

цифр исходного числа нечетно, то в исходном числе все цифры были нечетными, в том числе и первая цифра.

Ответ: нечетная.

4. Решение.

а) Вспомним, что четность суммы нескольких чисел зависит от четности количества нечетных слагаемых.

135 – нечетное число. Выберем среди 135 чисел все нечетные числа.

Если их четное количество, то оставшихся четных – нечетное количество, то есть хотя бы 1 четное число есть. Сотрем его, и сумма оставшихся чисел будет четной, так как нечетных чисел четное количество и их мы не стирали.

Если же нечетных чисел нечетное количество, то сотрем одно из них, тогда сумма оставшихся чисел будет четной, так как будет содержать четное количество нечетных чисел.

Таким образом, из 135 чисел в любом случае можно выбрать и стереть одно число так, что сумма оставшихся чисел будет четной.

б) В этом случае не всегда это можно сделать. Например, если все 136 чисел нечетные, то после стирания одного из них сумма оставшихся 135 нечетных чисел будет нечетной.

Ответ: а) всегда, б) не всегда.

5. Решение.

Если a делится на b , то $a=k*b$, где k – целое число, результат деления a на b .

- а. Если a - четное, b – нечетное, то k должно быть *четным*, иначе a будет равно произведению двух нечетных чисел, то есть будет нечетным.
- б. Если a - нечетное, b - нечетное то k должно быть *нечетным*, иначе a будет равно произведению четного и нечетного чисел, то есть будет четным.
- с. Если a - четное, b – четное, то k может быть *четным или нечетным*. Например, $a=6, b=2, 6:2=3$ или $a=8, b=2, 8:2=4$.
- д. Если a - нечетное, b – четное, то a не делится на b , так как ни при каком k нельзя a представить в виде $a=k*b$ так, чтобы a было нечетным, b было четным (произведение четного числа b на любое целое число будет четным).

Ответ: а) четным, б) нечетным, с) может быть и четным, и нечетным, д) не может.