

Занятие №1.

6 класс. Четность. Чередования.

Устное домашнее задание. Решения



1. Решение.

В ряду натуральных чисел нечетные и четные числа чередуются. Поэтому в любой последовательности идущих подряд чисел четных и нечетных чисел либо поровну, либо количество четных и нечетных чисел отличается на 1.

а) Среди 8 последовательных чисел есть 4 четных и 4 нечетных числа. Значит, сумма этих 8 чисел содержит 4 нечетных слагаемых и является четной.

б) Среди 7 последовательных чисел может быть 3 четных и 4 нечетных числа (если ряд начинается с нечетного числа) или 4 четных и 3 нечетных (если ряд начинается с четного числа). В первом случае сумма этих 7 чисел будет содержать 4 нечетных слагаемых и являться четной, во втором случае – 3 нечетных слагаемых и являться нечетной.

Ответ: а) четное, б) четной или нечетной.

2. Решение.

а) В этой сумме всего 200 слагаемых. Половина из них четные, половина нечетные. Так как нечетных слагаемых всего 100 (то есть четное количество), то вся сумма четная.

б) Определим количество слагаемых в этой сумме. Это можно сделать так. Пусть все числа – это точки на числовой прямой. Расстояние между первой и последней точками равно $333 - 1 = 332$. Расстояние между каждыми двумя соседними точками равно 2. Значит, всего от первой до последней точки есть $332 : 2 = 166$ промежутков длины 2. А тогда самих точек на 1 больше, то есть 167.

Как видим, все 167 чисел в этой сумме являются нечетными. Так как нечетных слагаемых нечетное количество, то и вся сумма нечетная.

Ответ: а) четная, б) нечетная.

3. Решение.

а) В этой сумме всего $(555 - 5) : 5 + 1 = 111$ слагаемых, нечетные и четные числа чередуются. Сумма начинается с нечетного и заканчивается нечетным, значит, среди них 55 четных и 56 нечетных. Нечетных слагаемых четное количество, значит, вся сумма четная.

б) В этой сумме всего $(83 - 3) : 4 + 1 = 21$ слагаемое, и все они нечетные. Нечетных слагаемых нечетное количество, значит, вся сумма нечетная.

Ответ: а) четная, б) нечетная.

4. Решение.

Вспомним, что произведение чисел нечетно только тогда, когда все множители нечетные. Пользуясь этим, определим четность каждого слагаемого.

Кроме того, заметим, что множители в слагаемых образуют закономерности. Поэтому для подсчета количества слагаемых действуем так же, как в задачах 2-3.

Получаем, что сумма:

а) $1*101+2*102+3*103+\dots+100*200$ – четная (содержит 50 четных и 50 нечетных слагаемых).

б) $67*4*115 + 66*5*114 + 65*6*113 + \dots + 35*36*83$ – четная (все слагаемые четные).

Ответ: а) четная, б) четная.

5. Решение.

Рассуждая аналогично задаче 5, получаем, что сумма:

$101*203*305 + 102*204*306 + 103*205*307 + \dots + 181*283*385$ – нечетная (содержит 40 четных, 41 нечетное слагаемое).

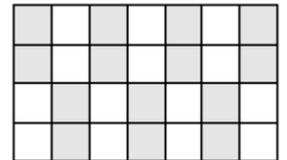
Ответ: нечетная.

6. Решение.

а) Каждая доминошка содержит 2 клетки, то есть четное количество. Если бы доску 91×91 можно было разрезать на доминошки, то общее количество клеток доски равнялось сумме некоторого количества двоек, то есть сумме четных чисел, а значит, было бы четным числом. Но доска 91×91 содержит нечетное количество клеток, так как произведение 91×91 нечетно. Значит, такую доску разрезать на доминошки нельзя.

б) Можно. См. рисунок.

Ответ: а) нельзя, б) можно.



7. Решение.

Среди чисел от 1 до 30 есть 15 четных и 15 нечетных чисел. Значение выражения с «+» и «-», содержащего 15 нечетных слагаемых, нечетно. Среди чисел от 1 до 15 есть 7 четных и 8 нечетных чисел. Значение выражения с «+» и «-», содержащего 8 нечетных слагаемых, четно.

0 – это четное число. Расставляя знаки «+» и «-», из набора от 1 до 30 получить 0 невозможно, так как из этого набора можно получить только нечетное число. А из набора от 1 до 15 можно получить 0, расставив знаки, например, так: $15+14+13+12+3+2+1-11-10-9-8-7-6-5-4$.

Ответ: в наборе от 1 до 15.

8. Решение.

Допустим, что детей удалось усадить за круглый стол так, чтобы имена каждых двух соседних детей отличались по длине ровно на одну букву. Тогда, если рассмотреть любых двух соседних детей, у одного из них длина имени будет четная, у другого нечетная. Это значит, что дети с четной и нечетной длиной имени за столом чередуются. Тогда детей с четной длиной имени и детей с нечетной длиной имени за столом поровну, а общее количество детей четно (так как равно сумме двух одинаковых чисел). Это противоречит тому, что детей 15.

Значит, предположение неверно, и детей невозможно усадить за стол указанным образом.

Ответ: нельзя.

9. Решение.

В развороте книги номер левой страницы всегда четный, номер правой страницы нечетный. Значит, номер первой страницы после выпавшего куска – нечетный.

Из цифр 274 можно составить нечетные числа 247 и 427. Так как номер страницы после выпавшего куска должен быть больше номера страницы перед выпавшим куском, то подходит только число 427.

Итак, выпали страницы с 275 по 426, это $426-274=152$ страниц или $152:2=76$ листов.

Ответ: 76 листов.