

Занятие №1.

4 класс. Плюс минус один.

Теория.



К этой теме относятся задачи на подсчет предметов и промежутков между предметами, на разрезание/распиливание/раскалывание предметов и подсчет количества полученных частей, на подсчет количества последовательных чисел. При неверном ходе рассуждений в таких задачах легко можно ошибиться на единицу. Использование схем и рисунков очень упрощает понимание и решение таких задач.

1. Предметы и промежутки между ними.

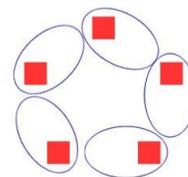
Промежуток — это пространство, отделяющее один предмет от другого. Количество промежутков между предметами зависит от расположения самих предметов. Любые два предмета, разделённые промежутком, называются соседними.

Если предметы расположены **в ряд** (или по любой *незамкнутой* и не пересекающей себя линии), то промежутков между ними на один меньше, чем предметов.

Действительно, в этом случае все предметы и промежутки можно разбить на пары «предмет+промежуток», кроме последнего предмета (после него нет промежутка):



Если предметы расположены **по кругу** (или по любой *замкнутой* и не пересекающей себя линии), то промежутков между ними ровно столько же, сколько самих предметов. Действительно, в этом случае все предметы и промежутки можно разбить на пары «предмет+промежуток»:



Если предметы расположены в ряд, то у первого и последнего предмета в ряду есть только по одному соседнему предмету, а у всех остальных — по два соседних. Если предметы расположены по кругу, то у каждого предмета есть два соседних с ним.

Замечание.

В задачах формулировка «между каждыми двумя соседними предметами» означает «в каждом промежутке». Иногда слово «соседними» опускается, но смысл остаётся тем же.

Например, «между каждыми двумя кубиками в ряду добавили шарик» — это значит, что в каждый промежуток, разделяющий любые два соседних кубика, добавили по одному шарiku.



Задача 1.

6 девочек встали в ряд, и между каждыми двумя девочками встал один мальчик. Сколько теперь детей в ряду?

Решение.

Между 6 девочками, стоящими в ряд, есть 5 промежутков, куда можно поставить мальчика. Значит, в ряду будет 5 мальчиков. 6 девочек и 5 мальчиков — всего 11 детей.

Ответ: 11 детей.

Задача 2.

6 девочек встали в круг, и между каждой девочкой и ее соседкой справа встал один мальчик. Сколько теперь детей в круге?

Решение.

У каждой из 6 девочек, стоящих в кругу, есть соседка справа. Значит, промежутков, куда может встать мальчик, тоже 6. В круге будет 6 девочек и 6 мальчиков – всего 12 детей.

Ответ: 12 детей.

Задача 3.

Мальш Федя построил из жёлтых и синих кубиков несколько башен. В каждой его башне синие и жёлтые кубики чередуются, нижний и верхний кубики — синие. Оказалось, что на постройку всех башен жёлтых кубиков ушло на 9 меньше, чем синих. Сколько всего башен построил Федя?

Решение.

Каждую башню можно представить в виде ряда синих кубиков, в котором между каждыми двумя синими кубиками поставлен жёлтый кубик. Значит, синих кубиков в каждой башне на 1 больше, чем жёлтых. Так как во всех башнях синих кубиков на 9 больше, чем жёлтых, то Федя построил 9 башен.

Ответ: 9 башен.

2. Распилы и разрезы.

Задачи на распиливание и разрезание тоже можно рассматривать как задачи про предметы и промежутки: распилы — это промежутки, которые мы делаем между частями.

Но обычно удобнее рассматривать задачу как пошаговый процесс, на каждом шаге которого происходит одно и то же изменение количества частей.

Задача 4.

2 бревна распилили на 7 частей. Сколько распилов сделали?

Решение.**1 способ (предметы и промежутки).**

Бревно — это незамкнутый предмет. Когда его распиливают, получают части, «расположенные» в ряд и разделённые промежутками (распилами). Значит, распилов нужно сделать на 1 меньше, чем хотим получить частей.

Но по условию задачи распиливали 2 бревна. Эти 2 бревна мы тоже можем расположить в ряд. При этом получается, что 1 промежуток (между бревнами) уже сделан.



Так как промежутков на 1 меньше, чем частей, то чтобы получить 7 частей, нужно сделать 6 промежутков. 1 промежуток уже есть, значит, нужно сделать еще 5 промежутков, то есть распилов. Например, так:

**2 способ (пошаговый процесс).**

Рассмотрим процесс распиливания брёвен по шагам.

После первого распила из 1 части (целого бревна) получится 2 части, то есть количество частей увеличится на 1. После второго распила из одной из имеющихся частей снова получится 2, то есть количество частей снова увеличится на 1. Таким образом, с каждым распилом количество частей увеличивается на 1.

Изначально было 2 бревна (2 части), после распиливания получили 7 частей. Количество частей увеличилось на $7-2=5$. Значит, было сделано 5 распилов.

Ответ: 5 распилов.

3. Что считаем – предметы или промежутки?

Для правильного решения задачи нужно понимать, что в каждом случае мы должны подсчитать – предметы или промежутки между ними.

Задача 5.

Если Карлсон съест 6 конфет, то он сможет взлететь с 1-го до 3-го этажа, а дальше топливо кончится. Сколько конфет нужно съесть Карлсону, чтобы взлететь с 1-го до 5-го этажа?

Решение.

Неверное решение.

Если для подъёма на 3-й этаж Карлсону нужно съесть 6 конфет, значит, на 1 этаж тратится $6:3=2$ конфеты. Поэтому, чтобы подняться на 5-й этаж, ему нужно съесть 5 раз по 2 конфеты, то есть $2*5=10$ конфет.

В данном случае мы считали этажи (предметы), что привело к ошибке.

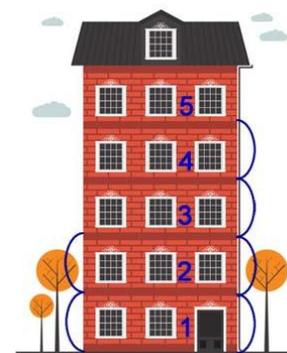
Верное решение.

Посмотрим на рисунок:

Чтобы подняться с 1-го до 3-го этажа, Карлсону нужно пролететь расстояние с 1-го до 2-го этажа и такое же расстояние со 2-го этажа до 3-го, то есть 2 одинаковых промежутка. Так на 2 промежутка он тратит 6 конфет, то на 1 такой промежуток он потратит $6:2=3$ конфеты.

Чтобы подняться с 1-го до 5-го этажа, Карлсону нужно пролететь 4 таких промежутка. Значит, ему потребуется для этого съесть 4 раза по 3 конфеты, то есть $3*4=12$ конфет.

Ответ: 12 конфет.



4. Количество последовательных чисел.

При решении этих задач часто вычитают из большего числа меньшее, что приводит к ошибке.

Задача 6.

С 13 июля по 7 августа в доме у Ивана Ивановича Архимеда отключали горячую воду. Сколько дней ему приходилось греть воду для ванны в кастрюльке?

Решение.

Горячей воды в доме Архимеда не было с 13 по 31 июля и с 1 по 7 августа.

С 1 по 7 августа – это 7 дней.

Посчитаем, сколько дней будет с 13 по 31 июля. Очень часто это делают так: $31-13=18$ дней. Но это *неверно*.

Если бы воду отключили с 1 по 31 июля, то это 31 день. Но воду отключили 13 июля, то есть с 1 по 12 июля (в сумме 12 дней) горячая вода у Архимеда еще была. Значит, из 31 дня июля нужно вычесть первые 12, получится $31-12=19$ дней.

В июле 19 дней и в августе 7 дней, а всего $19+7=26$ дней. Именно столько дней Архимеду приходилось греть воду в кастрюльке.

Ответ: 26 дней.