Занятие номер	Класс	Тема	Дата
3	6 профи	Делимость. НОД и НОК. Часть 1	03.10.2020

1. **Решение.**

   а) Так как 64 делится на 8, то НОД(8, 64)=8, НОК(8, 64)=64;

   б) $36=2^2\cdot3^2$, $60=2^2\cdot3\cdot5$. НОД(36, 60)$=2^2\cdot3=12$, НОК(36, 60)$=2^2\cdot3^2\cdot5=180$;

   в) Так как $125=5^3$, а число 1534569 на 5 не делится, то НОД(125, 1534569)=1.

   Так как $54=2\cdot3^3$, а 163 – простое число, то НОК(54, 163)$=2\cdot3^3\cdot163=54\cdot163=8802$;

   г) НОД($2^3\cdot3^{15}\cdot7^{19}$, $2^{31}\cdot3^2\cdot11^3$)$=2^3\cdot3^2=72$; НОК($2^3\cdot3^2\cdot5^2$, $2^2\cdot3^3\cdot5^3$)$=2^3\cdot3^3\cdot5^3=27000$.

   Ответ: см. решение.

2. **Решение.**

   а) $56=2\cdot2\cdot2\cdot7$, $112=2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot7$.

   Изобразим множества простых множителей искомых чисел в виде кругов Эйлера. Произведение чисел из *пересечения* этих множеств – это НОД искомых чисел, а произведение чисел из *объединения* этих множеств – это НОК искомых чисел.

   

   Значит, простые множители искомых чисел могут располагаться только так, как на схеме. Отсюда получаем, что одно из искомых чисел равно $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot7=112$, другое - $2\cdot2\cdot2\cdot7=56$.

   б) $18=2\cdot3\cdot3$, $630=2\cdot3\cdot3\cdot5\cdot7$.

   Изобразим множества простых множителей искомых чисел в виде кругов Эйлера. Произведение чисел из *пересечения* этих множеств – это НОД искомых чисел, а произведение чисел из *объединения* этих множеств – это НОК искомых чисел.

   

   

   Простые множители искомых чисел могут располагаться двумя способами, как показано на схемах. В первом случае искомые числа равны 2•3•3•5=90 и 2•3•3•7=126, во втором случае – 2•3•3•5•7=630 и 2•3•3=18.

   Ответ: а) 56 и 112, б) 90 и 126, 18 и 630.

3. **Решение.**

   Заметим, что среди двузначных чисел, которые можно составить из цифр 2, 1 и 9, есть, например, простые числа 19 и 29. Их НОД равен 1. Значит, и НОД всех двузначных чисел, которые можно составить из цифр 2, 1 и 9, равен 1.

   Ответ: 1.

4. **Решение.**
НОК двух чисел делится на каждое из этих чисел, а значит, и на любой делитель этих чисел, в том числе и на НОД.

35 на 12 не делится, значит, Коля ошибся.

Ответ: ошибся.

5. **Решение.**
$45^n=3^{2n}\bullet 5^n$, $75^{10}=3^{10}\bullet 5^{20}$.

Значит, чтобы 45^n делилось нацело на 75^{10}, нужно, чтобы 2n было не меньше 10, а n – не меньше 20. Наименьшее n, для которого выполняются оба эти условия, равно 20.

Ответ: 20.

6. **Доказательство.**

Бумажный прямоугольник размером 6x11 клеток состоит из 6*11=66 клеток.

66 не делится ни на 4, ни на 5, значит, исходный прямоугольник не могли разрезать на фигурки только одного вида, поэтому после разрезания получились фигурки обоих видов.

Если потеряли фигурку из 4 клеток, то в оставшихся фигурках содержится 66–4=62 клетки. 62=1•62=2•31. Значит, если удастся сложить из оставшихся фигурок прямоугольник, то он будет размером 1x62 или 2x31. Но это невозможно, так как среди оставшихся фигурок остался хотя бы один уголок из 5 клеток (со сторонами в 3 клетки), поэтому любая сторона нового прямоугольника должна быть не менее 3 клеток.

Если потеряли фигурку из 5 клеток, то в оставшихся фигурках содержится 66–5=61 клетка. 61 – простоя число, 61=1•61. Значит, если удастся сложить из оставшихся фигурок прямоугольник, то он будет размером 1x61. Но это невозможно, так как все фигурки имеют сторону не менее 2 клеток, поэтому любая сторона нового прямоугольника должна быть не менее 2 клеток.

Доказано.