



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ  
НИЖНИЙ НОВГОРОД



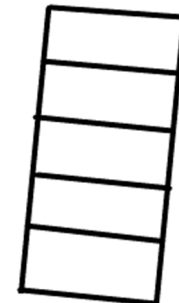
## III осенняя олимпиада начальных классов по математике

14 октября 2018 года, Нижний Новгород.

### Решения.

# 4

1. Плотник Петрович решил сделать прочную приставную лестницу (пример приставной лестницы можно увидеть на рисунке). Для поперечных дощечек он использовал сосновые и березовые палочки, прибывая по одной палочке через каждый метр. Всего у него получилась 8-метровая лестница, и было использовано 5 березовых палочек. Сколько сосновых палочек использовал плотник Петрович? (Гущина Е.)



#### Решение.

Как можно увидеть на рисунке, длина лестницы – это сумма всех метровых промежутков между каждыми двумя соседними поперечными палочками. Так как лестница получилась 8-метровая, то таких промежутков было 8. Поперечных палочек – на 1 больше, чем промежутков, то есть 9. Если 5 из них – березовые, то сосновых было  $9-5=4$ .

**Ответ:** 4 сосновых палочки.

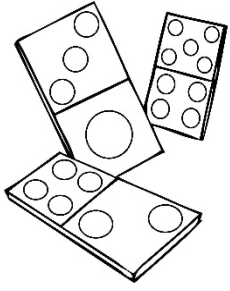
2. Миша сложил 2 однозначных числа и получил двузначное число. Потом он перемножил эти же 2 числа и получил результат, записанный теми же цифрами, что и в первый раз, но в обратном порядке. Найди эти два числа. Приведи все возможные решения и докажи, что других нет. (Фадеева Е.)

#### Решение.

Так как при сложении двух однозначных чисел результат будет не больше 18, то первая цифра суммы - 1. Значит вторая цифра произведения тоже 1. Произведение двух однозначных чисел заканчивается на 1, только если это числа 1 и 1, 3 и 7 или 9 и 9. Условия задачи выполняются только для 9 и 9.

$$9+9=18, 9*9=81.$$

**Ответ:** 9 и 9.



3. Катя получила в подарок полный набор домино и стала составлять из него стопки по 3 доминошки так, чтобы сумма точек в каждой стопке была нечетной. Какое максимальное число стопок она сможет составить? Почему больше не получится? (Майданова Ю.)  
*Полный набор состоит из прямоугольных костей домино, разделенных на 2 части, каждая часть содержит от нуля до шести точек, и каждая комбинация точек встречается ровно 1 раз.*

**Решение.**

В наборе домино содержатся доминошки с таким количеством точек:

0 точек – 1 доминошка (0-0)	7 точек – 3 доминошки (1-6, 2-5, 3-4)
1 точка – 1 доминошка (0-1)	8 точек – 3 доминошки (2-6, 3-5, 4-4)
2 точки – 2 доминошки (0-2, 1-1)	9 точек – 2 доминошки (3-6, 4-5)
3 точки – 2 доминошки (0-3, 1-2)	10 точек – 2 доминошки (4-6, 5-5)
4 точки – 3 доминошки (0-4, 1-3, 2-2)	11 точек – 1 доминошка (4-5)
5 точек – 3 доминошки (0-5, 1-4, 2-3),	12 точек – 1 доминошка (6-6)
6 точек – 4 доминошки (0-6, 1-5, 2-4, 3-3)	

Как видим, доминошек с четным количеством точек всего 16, с нечетным количеством точек – 12.

В стопке из 3 доминошек сумма точек будет нечетной в том случае, если стопка состоит из 3 «нечетных» доминошек или из 1 «нечетной» и 2 «четных».

Чтобы получилось наибольшее количество стопок, нужно разбить набор домино на стопки из 1 «нечетной» и 2 «четных» доминошек. Так как «нечетных» доминошек 12, а «четных» 16 (то есть 8 пар), то таких стопок можно составить только 8. При этом «четных» доминошек не останется, а «нечетных» будет  $12 - 8 = 4$ . Из трех из этих оставшихся доминошек получится еще 1 стопка с нечетным количеством точек.

Значит, наибольшее количество стопок, которое можно сложить из набора домино, равно  $8 + 1 = 9$ .

**Ответ:** 9 стопок.

4. Трудлюбивый четвероклассник Захар сложил на полу из карточек с первыми 16 натуральными числами магический квадрат. Его младшая сестренка Настя, воспользовавшись моментом, поменяла местами левое нижнее (назовем его числом А) и правое нижнее (назовем его числом Б) числа в квадрате (одно из этих чисел оказалось в 4 раза больше другого). Захар заметил, что в правом столбце сумма чисел стала равна 22. Чему равно число А? Чему равно число Б? (Гущина Е.)  
*Магический квадрат – фигура, в которой суммы чисел по любой горизонтали, любой вертикали и любой главной диагонали равны.*

**Решение.**

Посчитаем магическую сумму квадрата Захара (это квадрат 4 на 4 клетки). Для этого сложим все числа, из которых состоит квадрат, и разделим ее на 4:  $(1+2+3+\dots+16):4=136:4=34$ . То есть в

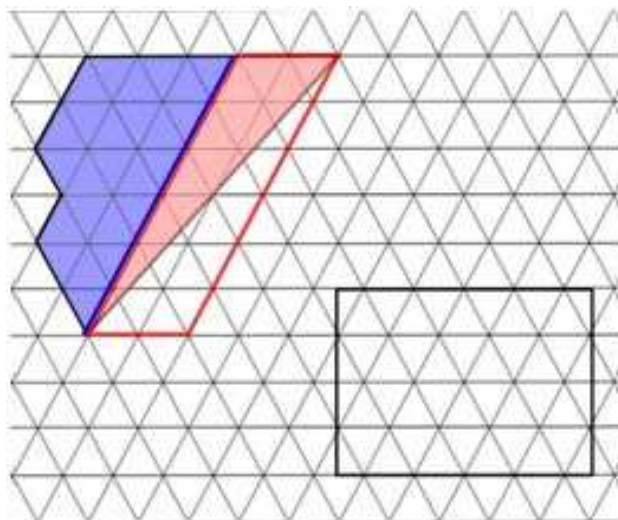
магическом квадрате, пока его не «испортила» Настя, сумма чисел в каждом столбце, в каждой строке и в каждой главной диагонали была равна 34.

Настя поменяла местами число А из первого столбца и число Б из правого столбца, при этом сумма в правом столбце уменьшилась на  $34-22=12$ . Значит, число А на 12 меньше, чем число Б. И, по условию задачи, число А в 4 раза меньше числа Б.

Среди первых 16 чисел рассмотрим все пары чисел, одно из которых на 12 меньше другого. Это числа 1 и 13, 2 и 14, 3 и 15, 4 и 16. Как видим, только в паре 4 и 16 одно число в 4 раза меньше другого. Значит, число А=4, число Б=16.

**Ответ:** А=4, Б=16.

5. Огород кролика расчерчен на одинаковые треугольники. Осенью с каждого треугольника Кролик собирает ведро моркови. На огороде есть 2 грядки - шестиугольная и четырехугольная, они показаны на рисунке. С какой грядки Кролик соберет больше моркови и на сколько ведер? (Майданова Ю.)



**Решение.**

Посчитаем, сколько ведер моркови соберет Кролик с прямоугольной грядки. Прямоугольная грядка состоит из 36 треугольников и 8 половинок треугольников, то есть всего из  $36+8:2=40$  треугольников. Значит, с прямоугольной грядки Кролик соберет 40 ведер моркови.

Посчитаем, сколько ведер моркови соберет Кролик с шестиугольной грядки. Разделим эту грядку на две части, как показано на рисунке. Синяя часть состоит из 25 треугольников. Красная часть – это половина четырехугольника, обведенного красной линией. Этот четырехугольник состоит из 24 треугольников. Значит, половина его, то есть красная часть грядки по размеру равна  $24:2=12$  треугольникам. А вся шестиугольная грядка по размеру равна  $25+12=37$  треугольникам. Значит, с шестиугольной грядки Кролик соберет 37 ведер моркови.

Таким образом, с прямоугольной грядки Кролик соберет на  $40-37=3$  ведра моркови больше, чем с шестиугольной.

**Ответ:** с прямоугольной грядки, на 3 ведра.



6. Кощей Бессмертный покупал в интернет-магазине драгоценные камни для новой короны. Он выяснил, что алмаз стоит дороже, чем изумруд и рубин. А три изумруда обойдутся ему дороже, чем изумруд и алмаз. А еще он не помнил, то ли пять изумрудов стоят, как три рубина, то ли наоборот... Посоветуй Кощею, что ему дешевле купить – алмаз или два рубина, и почему? (Гущина Е.)

### Решение.

Обозначим буквами А, И, Р цену алмаза, изумруда и рубина соответственно.

Тогда получаем, что

$$A > И + Р, И + И + И > И + А.$$

Из второго неравенства можно сделать вывод, что  $И + И > А$ .

Так как  $И + И > А$ ,  $А > И + Р$ , то  $И + И > И + Р$ . Значит,  $И > Р$ , то есть изумруд дороже рубина. Тогда пять рубинов стоят столько же, сколько три изумруда, а не наоборот:

$$Р + Р + Р + Р + Р = И + И + И.$$

Увеличим каждую часть неравенства  $А > И + Р$  в 3 раза, неравенство сохранится:

$$А + А + А > И + И + И + Р + Р + Р.$$

Заменим в правой части неравенства стоимость 3 изумрудов на стоимость 5 рубинов. Так как они равны, то неравенство сохранится:

$$А + А + А > Р + Р + Р + Р + Р + Р + Р + Р + Р.$$

Получили, что 3 алмаза дороже, чем 8 рубинов. А значит, 3 алмаза тем более дороже, чем 6 рубинов:

$$А + А + А > Р + Р + Р + Р + Р + Р + Р.$$

А это значит, что 1 алмаз дороже, чем 2 рубина. Поэтому дешевле купить 2 рубина.

**Ответ:** 2 рубина.

*Дополнение от автора: а есть еще совсем простое решение, попробуй его найти!*

7. На далеком острове живут 3 племени: рыцари (говорят всегда правду), лжецы (всегда лгут) и хитрецы, которые чередуют правдивые и ложные высказывания. Встретились 4 жителя этого острова. Первый сказал: «Среди нас нет лжецов». Второй: «Лжецов среди нас не меньше 2». Третий: «Первый и второй из разных племен». Четвертый: «Я хитрец». После этого первый заявил: «Мы все лжецы», второй сказал: «Третий солгал», третий ответил «В прошлый раз я сказал правду». А четвертый промолчал. Кем является каждый из этих 4 людей? (Фадеева Е.)

### Решение.

Рассмотрим утверждения 3-го жителя. Они либо оба истинны, либо оба ложны. То есть 3-й житель либо рыцарь, либо лжец.

Допустим, что 3-й житель лжец. Тогда 1-й и 2-й жители – из одного племени. При этом 2-й житель во второй раз сказал правду. Правду говорят только рыцари или хитрецы. Значит, 1-й и 2-й либо оба рыцари, либо оба хитрецы. Но в этом случае оба утверждения 1-го жителя ложны, значит, ни рыцарем, ни хитрецом он быть не может. Получили противоречие. Значит, 3-й житель – рыцарь.

Если 3-й житель рыцарь, то 1-й и 2-й – из разных племен. При этом и 1-й, и 2-й жители солгали во вторых утверждениях, то есть рыцарями быть не могут. Значит, один из них лжец, а другой

хитрец. В этом случае оба утверждения *1-го жителя* ложны, значит, он *лжец*. Тогда *2-й житель* – *хитрец*.

Так как *2-й житель* хитрец, и он солгал во втором утверждении, то в первом утверждении он сказал правду, и лжецов среди них не меньше 2. Значит, *4-й житель лжец* (иначе лжец всего один). И это не противоречит его утверждению «Я хитрец».

**Ответ:** 1-й и 4-й жители – лжецы, 2-й – хитрец, 3-й рыцарь.

8. Несколько детей сели за круглый стол, и учительница стала раздавать им красные и синие карандаши по кругу в следующем порядке – красный, красный, синий, синий, красный, красный и т. д. Как только у ребенка оказывались карандаши обоих цветов, он вставал и уходил из-за стола. Когда ушел последний ребенок, оказалось, что всего учительница раздала 19 карандашей, причем ровно 4 ребенка получили ровно по 2 карандаша. Сколько детей сидело за столом? (Фадеева Е.)

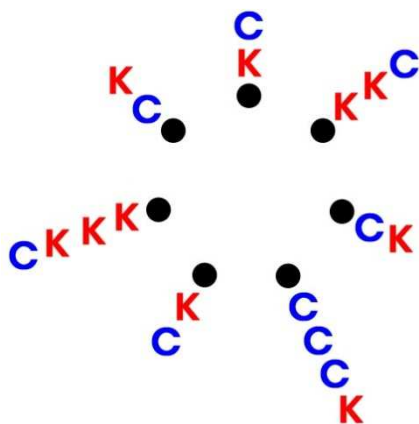
**Решение.**

Детей, которые получили ровно по 2 карандаша, 4 значит, им учительница отдала 8 карандашей. Остальные дети получили больше, чем по 2 карандаша, то есть по 3 и больше. Так как у учительницы для остальных детей осталось  $19-8=11$  карандашей, то таких детей в круге было не больше 3.

1 ребенок остаться за столом не мог, так как тогда учительница смогла бы ему отдать еще максимум 3 карандаша, и за столом никого не осталось бы. В этом случае учительница отдала бы  $2+3=5$  карандашей, а она раздала 11.

2 ребенка остаться за столом тоже не могли. У них есть по 2 карандаша, учительница сможет им раздать максимум 4 карандаша на двоих, после чего у обоих окажутся карандаши разных цветов. В этом случае учительница отдала бы этим детям  $2+2+4=8$  карандашей, а она раздала 11.

Вариант, когда за столом осталось 3 ребенка возможен и является единственным. Всего за столом детей было  $4+3=7$ , и они получили такие карандаши (учительница начала раздавать с верхнего ребенка):



**Ответ:** 7 детей.