



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
НИЖНИЙ НОВГОРОД



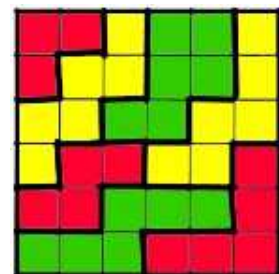
III осенняя олимпиада начальных классов по математике

14 октября 2018 года, Нижний Новгород.

Решения.

3

1. Деревянный квадрат распилили на дощечки разной формы. Раскрась каждую дощечку своим цветом так, чтобы дощечки одного цвета не соприкасались, и клеток каждого цвета было поровну. (Фадеева Е.)

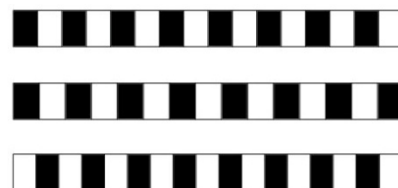


Ответ: см. рисунок.

2. Мастер на все руки третьеклассник Вова решил сделать жезл уличного регулировщика из подходящей палочки. Он покрасил ее в белые и черные полосы. У Вовы получилось 8 черных полосок. Какое наибольшее количество белых полосок могло у него получиться? Какое наименьшее количество белых полосок могло у него получиться? (Гущина Е.)

Решение.

Так как на жезле черные и белые полосы чередуются, то у Вовы мог получиться жезл одного из трех видов, показанных на рисунке.



Как можно заметить, белых полосок либо столько же, сколько и черных, либо на 1 меньше, либо на 1 больше. Значит, наименьшее количество белых полос – 7, наибольшее – 9.

Ответ: 9 полосок, 7 полосок.

3. Вернувшись из отпуска, Копатыч обнаружил на своем огороде заросли сорняков. Сорняки оказались очень вредными: каждый день, начиная с понедельника, Копатыч вырывал 10 сорняков, а на следующее утро на их месте выросло 3 новых. Утром следующего понедельника Копатыч пересчитал сорняки, и оказалось, что за неделю он избавился только от половины первоначального их количества. Сколько сорняков застал на огороде Копатыч в самый первый день? (Майданова Ю.)



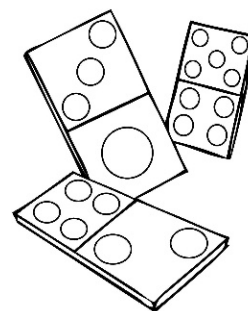
Решение.

Так как на месте вырванных днем 10 сорняков на следующее утро выросло 3 новых, можно считать, каждый день Копатыч избавлялся от $10-3=7$ сорняков. То есть, выйдя в огород во вторник утром, он обнаружил бы, что в понедельник избавился только от 7 сорняков, в среду утром обнаружил бы, что во вторник избавился еще от 7 сорняков, и так далее.

Значит, утром следующего понедельника оказалось, что Копатыч избавился от $7*7=49$ сорняков (по 7 в каждый день недели), и это составило половину от начального количества сорняков. Значит, в самый первый день Копатыч обнаружил на огороде вдвое больше сорняков, то есть $49*2=98$.

Ответ: 98 сорняков.

4. Петя получил в подарок полный набор домино и стал составлять из него стопки так, чтобы каждую стопку можно было разложить на 2 кучки с одинаковым количеством точек. Какое максимальное число стопок он сможет составить? Почему больше не получится? (Майданова Ю.)



Полный набор состоит из прямоугольных костей домино, разделенных на 2 части, каждая часть содержит от нуля до шести точек, и каждая комбинация точек встречается ровно 1 раз.

Решение.

В наборе домино содержатся костяшки с таким количеством точек:

0 точек – 1 костяшка (0-0)	7 точек – 3 костяшки (1-6, 2-5, 3-4)
1 точка – 1 костяшка (0-1)	8 точек – 3 костяшки (2-6, 3-5, 4-4)
2 точки – 2 костяшки (0-2, 1-1)	9 точек – 2 костяшки (3-6, 4-5)
3 точки – 2 костяшки (0-3, 1-2)	10 точек – 2 костяшки (4-6, 5-5)
4 точки – 3 костяшки (0-4, 1-3, 2-2)	11 точек – 1 костяшка (4-5)
5 точек – 3 костяшки (0-5, 1-4, 2-3),	12 точек – 1 костяшка (6-6)
6 точек – 4 костяшки (0-6, 1-5, 2-4, 3-3)	

Разложим сначала на стопки из 2 костяшек все костяшки, которые сможем. Это будут костяшки с 2 точками (получится 1 стопка), с 3 точками (1 стопка), с 4 точками (1 стопка и 1 костяшка останется), и так далее. Получим 10 стопок из 2 костяшек.

После этого останется 8 костяшек – по одной штуке с 0, 1, 4, 5, 7, 8, 11 и 12 точками. На стопки из 2 костяшек мы их разложить не можем, так как они все с разным количеством точек. Значит, попробуем разложить их на стопки по 3 или больше костяшек, и таких стопок у нас получится максимум 2. Это мы можем сделать, например, так:

- 1 стопка – костяшки с 0, 1, 4 и 5 точками,
- 2 стопка – костяшки с 7, 8, 11 и 12 точками.

Таким образом, наибольшее количество стопок, которое можно составить из набора домино, равно $10+2=12$ (10 стопок из 2 костяшек и 2 стопки из 4 костяшек).

Заметим, что больше стопок составить невозможно, так как мы рассмотрели вариант раскладывания на стопки с наименьшим количеством костяшек.

Ответ: 12 стопок.

5. На острове рыцарей и лжецов живут 2 племени: рыцари, которые говорят только правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды встретились 4 жителя острова. Первый сказал: «Среди нас нет лжецов». Второй: «Лжецов среди нас не меньше 2». Третий: «Первый и второй из разных племен». Четвертый: «Я - рыцарь». Определите, кем был каждый из четверых. (Фадеева Е.)

Решение.

Допустим, первый житель – рыцарь. Тогда его утверждение истинно, и все остальные жители тоже являются рыцарями. Но тогда второй житель солгал, значит, он не может быть рыцарем. Получили противоречие. Поэтому первый житель – лжец. Соответственно, его утверждение ложно, и на самом деле лжецы среди них есть.

Допустим, что второй житель – лжец. Тогда третий тоже лжец, так как его утверждение ложно. Тогда получается, что среди жителей, как минимум, 3 лжеца, и второй говорит правду. Но лжец правду говорить не может. Получили противоречие. Значит, второй – рыцарь.

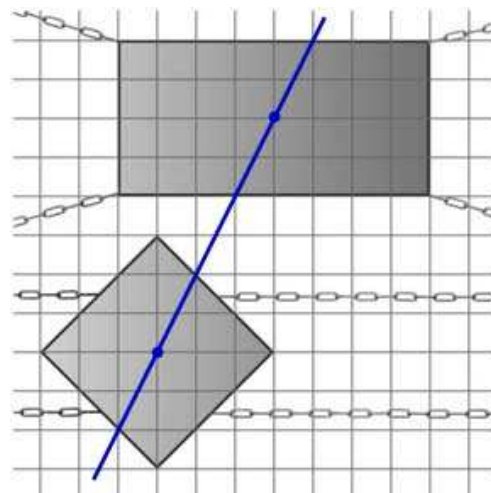
Если второй житель – рыцарь, то его утверждение верно, и лжецов среди них не меньше 2. Но третий житель при этом говорит правду, значит, он рыцарь. Тогда четвертый житель – лжец (иначе лжецов будет меньше 2, и второй говорит ложь).

Таким образом, мы получили единственное непротиворечивое решение: первый и четвертый жители – лжецы, второй и третий – рыцари.

Ответ: первый и четвертый – лжецы, второй и третий – рыцари.

6. Самурай Такамори тренировался рубить мечом железные пластины. Одним прямым ударом он рубил подвешенные на цепях пластины на две равные части каждую. Покажите на рисунке, как прошел разрез. (Майданова Ю.)

Ответ: см. рисунок.



7. Ира сложила 2 одинаковых числа и получила двузначное число. Потом она перемножила эти же 2 числа и получила результат, записанный теми же цифрами, что и в первый раз, но в обратном порядке. Найди эти 2 числа. Приведи все возможные решения и докажи, что других нет. (Фадеева Е.)

Решение.

Заметим, что Ирины числа не меньше 5, так как при сложении двух одинаковых чисел меньших 5 в результате получается однозначное число. Кроме того, эти числа не больше 9, так как при умножении двух одинаковых чисел больших 9 в результате получается число из трех и более цифр.

Перебрав все возможные числа от 5 до 9, выясним, что условие задачи выполняется только для чисел 9 и 9: $9+9=18$, $9*9=81$.

Ответ: 9 и 9.

8. В далекой стране из мастерской волшебника похитили магический камень и заменили его обычной подделкой. Волшебник вставил камни в волшебную таблицу (см. рисунок), вынуть их теперь нельзя. Все настоящие камни обладают одинаковой магической силой, а у обычного камня магической силы нет. У вас есть прибор, работающий так: за ход можно выбрать 2 строки или 2 столбца, и прибор определит, в каком из них больше магической силы (или ее поровну). Как за 2 измерения найти поддельный камень? (Фадеева Е.)

0	0	0
0	0	0
0	0	0

Решение.

1 измерение: сравним 1-ю и 2-ю строки. Если 1-я строка сильнее, то поддельный камень находится во 2-й строке. Если 2-я строка сильнее, то поддельный камень находится в 1-й строке. Если 1-я и 2-я строки равны по силе, то поддельный камень находится в 3-й строке. Таким образом, сделав это измерение, мы определим «подозрительную» строку таблицы.

2 измерение: сравним 1-й и 2-й столбцы. Если 1-й столбец сильнее, то поддельный камень находится во 2-м столбце. Если 2-й столбец сильнее, то поддельный камень находится в 1-м столбце. Если 1-й и 2-й столбцы равны по силе, то поддельный камень находится в 3-м столбце. Таким образом, сделав это измерение, мы определим «подозрительный» столбец таблицы.

Поддельный камень находится на пересечение «подозрительной» строки и «подозрительного» столбца.

Ответ: см. решение.